

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
“Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники”

Кафедра информационных технологий автоматизированных систем

Н.В. Батин

ОСНОВЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебное пособие
для студентов специальности
“Автоматизированные системы обработки информации”
дневной и дистанционной форм обучения

Минск 2006

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ	4
1.1. Структурные методы моделирования и анализа объекта управления. Методология IDEF.....	4
1.2. CASE-системы. Пакет программ поддержки проектирования информационных систем AllFusion Modeling Suite.....	5
1.3. Программа VPwin. Назначение и основные этапы работы	6
1.4. Основные компоненты методологии IDEF0	6
1.5. Начало работы с программой VPwin	7
1.6. Панель инструментов программы VPwin.....	8
1.7. Построение контекстной диаграммы.....	9
1.8. Построение диаграммы декомпозиции	11
1.9. Туннелирование стрелок	14
1.10. Проверка диаграммы	15
1.11. Построение диаграммы дерева узлов	15
1.12. Методология DFD.....	16
1.13. Построение DFD-диаграммы	16
1.14. Методология IDEF3	20
1.15. Построение IDEF3-диаграммы	21
1.16. Копирование диаграммы в Word	25
2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ В ПОДСИСТЕМЕ ТЕХНИКО- ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ АСУ ПРЕДПРИЯТИЯ	26
2.1. Структура АСУ предприятия.....	26
2.2. Задачи оптимизации в планировании производства.....	27
2.3. Задача расчета производственной программы.....	27
2.4. Задача распределения производственной программы по периодам	31
3. МЕТОДЫ И МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ	38
3.1. Задачи, методы и модели управления запасами	38
3.2. Детерминированная однопродуктовая статическая модель управления запасами.....	40
3.3. Модель управления запасами со скидкой на размер заказа	44
3.4. Многопродуктовые модели управления запасами.....	46
3.5. Вероятностные модели управления запасами.....	48
4. ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА АВТОМАТИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ	61
4.1. Концепция MRP.....	61
4.2. Концепция MRPII	62
4.3. Концепция ERP	63
ЛИТЕРАТУРА.....	68

ВВЕДЕНИЕ

В пособии приводится теоретический и практический материал, связанный с рядом задач, решаемых в ходе проектирования и эксплуатации автоматизированных систем управления предприятием (АСУП).

Рассматриваются современные методы моделирования и анализа объекта управления и их реализация на основе пакета программ поддержки проектирования информационных систем AllFusion Modeling Suite (глава 1, [1,3,8,9,10]); структура АСУП и примеры оптимизационных задач, решаемых в одной из подсистем АСУП – подсистеме технико-экономического планирования (глава 2, [2,14]); один из важнейших классов задач, решаемых в процессе управления производственными системами – задачи управления запасами (глава 3, [5,13,14]); современные концепции и примеры программных средств комплексной автоматизации управления предприятием (глава 4, [6,7]).

Рекомендуемая литература включает источники по общим вопросам проектирования и эксплуатации АСУП [1,2,4,8,11], современным экономико-математическим методам, применяемым при решении оптимизационных задач в АСУП [4,5,12-14].

1. МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

1.1. Структурные методы моделирования и анализа объекта управления. Методология IDEF

Под структурными методами анализа объекта управления будем понимать методы исследования объекта управления, которые начинаются с его обобщенного обзора, с последующей детализацией в виде иерархической структуры.

Основные принципы структурного анализа объекта управления:

- разбиение исследуемой системы на “черные ящики”, для которых известны только вход, выход и назначение (функция);
- представление исследуемой системы в виде иерархии, т.е. в виде нескольких уровней, причем на каждом уровне количество элементов ограничено (обычно – от трех до восьми);
- использование строгих графических систем обозначения;
- последовательное приближение к окончательной модели, начиная с верхнего уровня иерархии (т.е. с наиболее общего представления об объекте управления).

Имеется большое количество методов моделирования и анализа объектов управления, основанных на указанных принципах. Базовой технологией для многих из них является технология структурного анализа и проектирования SADT (Structured Analysis and Design Technique), разработанная в США в 70-е годы. Основные идеи этой технологии реализованы в виде системы стандартов интегрированного описания исследуемой системы IDEF (Integrated DEFinition).

IDEF – методология и система стандартов для структурного анализа объекта управления на основе его графического представления. Основные методы моделирования объекта управления (также часто называемые методологиями), реализованные в виде стандартов системы IDEF, следующие:

- IDEF0 – методология создания функциональных моделей объекта управления, т.е. описания функций объекта управления и связей между этими функциями;
- IDEF1X – методология создания информационных моделей, описывающих структуру информации, обрабатываемой на объекте управления (обычно – описание баз данных);
- IDEF3 – методология описания взаимодействия процессов (работ), т.е. порядка их выполнения, а также логических связей между ними.

Кроме того, наряду с методологиями IDEF, широко применяется методология DFD (Data Flow Diagram – диаграммы потоков данных), предназначенная для моделирования и анализа документооборота и других процессов обработки информации.

Как правило, модели объекта управления на основе рассмотренных методологий состоят в основном из схем (диаграмм), построенных на основе методологии IDEF0 (IDEF0-диаграммы, или IDEF0-модели). Модели, построенные

на основе методологий IDEF3 и DFD (IDEF3-диаграммы и DFD-диаграммы) обычно строятся в качестве дополнения к IDEF0-диаграммам для их детализации.

Примечание - Методология IDEF1X, предназначенная главным образом для построения моделей баз данных, в данном пособии не рассматривается.

Структурные методы моделирования и анализа объектов управления реализуются с использованием специальных программ, называемых CASE-системами (Computer-Aided System/Software Engineering, средства автоматизированной разработки систем управления и программного обеспечения).

1.2. CASE-системы. Пакет программ поддержки проектирования информационных систем AllFusion Modeling Suite

CASE-системы представляют собой программные средства, предназначенные для анализа, моделирования и проектирования систем управления и сложных программных комплексов.

Основные особенности и возможности CASE-систем следующие:

- общая система обозначений (графический язык), предназначенная для построения моделей анализируемых или проектируемых объектов;
- общая база данных проекта, содержащая всю информацию о нем;
- поддержка коллективной разработки проекта;
- возможности быстрого построения предварительных вариантов (прототипов) проектируемой системы, генерации отчетов, меню, экранных форм;
- возможности подготовки документации по проекту;
- возможности верификации проекта, т.е. контроля правильности и полноты построенных моделей;
- возможности анализа проекта по различным показателям (например, стоимостным);
- возможности автоматической генерации кодов программ и структур баз данных на основе построенных графических моделей.

Рассмотрим пример CASE-системы: пакет программ поддержки проектирования информационных систем AllFusion Modeling Suite (фирма Computer Associates, США). Приведем перечень основных программных средств, входящих в состав этого пакета (версия 4.1), и их основные возможности:

- AllFusion Process Modeler (BPwin) – программа для построения функциональных моделей объекта управления на основе методологий IDEF0, IDEF3, DFD;
- AllFusion ERwin Data Modeler (ERwin) – программа построения моделей данных и генерации схем баз данных на основе методологии IDEF1X;
- AllFusion Data Model Validator (Erwin Examiner) – программа поиска и исправления ошибок в моделях данных;
- AllFusion Model Manager (Model Mart) – система организации коллективной работы над проектом (хранилище моделей, построенных в BPwin и ERwin);

– AllFusion Component Modeler (Paradigm Plus) – система построения моделей на основе методов объектно-ориентированного моделирования, а также генерации программ для разрабатываемых информационных систем (на языках C++, Visual Basic, Java).

Примечание - В приведенном перечне программ, вместе с их современными названиями, в скобках приводятся названия, использовавшиеся в прежних версиях, но широко применяемые и в настоящее время.

Рассмотрим построение моделей объектов управления на основе методологий IDEF0, IDEF3, DFD средствами программы BPwin.

1.3. Программа BPwin. Назначение и основные этапы работы

Программа AllFusion Process Modeler (BPwin) предназначена для построения функциональных моделей объекта управления на основе методологий IDEF0, IDEF3, DFD, а также для проверки и анализа построенных моделей.

Основные этапы работы с программой BPwin:

- запуск программы. Выбор методологии для построения модели верхнего уровня, т.е. наиболее общей модели объекта управления. Обычно для этого выбирается методология IDEF0;

- построение модели верхнего уровня (контекстной диаграммы);

- построение диаграмм декомпозиции, детализирующих модель объекта управления. В начале построения каждой диаграммы выбирается методология, применяемая для ее построения, а также указывается количество ее элементов. При этом программа BPwin автоматически обеспечивает согласованность построенных моделей;

- построение специальных диаграмм (например, диаграммы дерева узлов, описывающей всю построенную модель в виде графа);

- проверка и анализ построенной модели.

1.4. Основные компоненты методологии IDEF0

Согласно методологии IDEF0, модель объекта управления строится в виде диаграмм, состоящих из блоков и стрелок. Блоки (Activities) обозначают работы (функции), выполняемые на объекте управления, а стрелки (Arrows) – материальные объекты и информацию, обрабатываемые в ходе выполнения работ или используемые для их выполнения. Строится набор диаграмм, последовательно детализирующих процессы функционирования объекта управления.

Общий вид блока диаграммы, построенной согласно методологии IDEF0 (IDEF0-диаграммы, или IDEF0-модели), показан на рис.1.1.

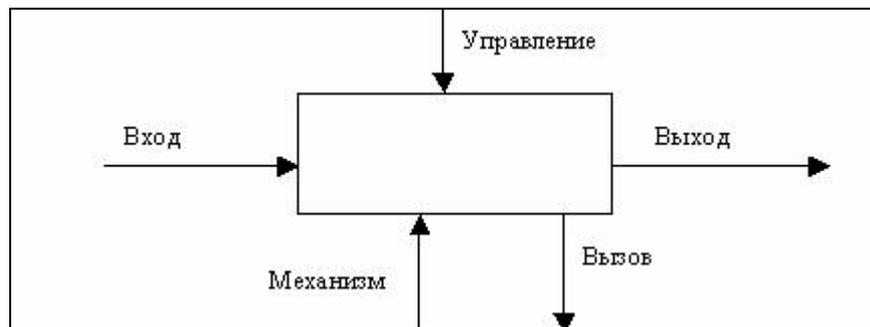


Рисунок 1.1 - Общий вид блока IDEF0-диаграммы

Смысл стрелок, используемых на IDEF0-диаграмме, следующий.

Вход – материальные объекты (например, сырье) или информация, обрабатываемые в процессе выполнения работы для получения результата (выхода).

Управление – правила выполнения работы (методы, стандарты и т.д.).

Механизм – ресурсы для выполнения работы (персонал, станки, оборудование и т.д.).

Выход – результат выполнения работы (готовая продукция, результаты анализа информации и т.д.).

Вызов – указатель на другую модель (в данном пособии не рассматриваются).

Построение IDEF0-диаграммы рассмотрим на следующем примере. Пусть в составе АСУ предприятия разрабатывается подсистема управления качеством. Требуется разработать функциональную модель предприятия. При этом наиболее подробно требуется показать процессы, связанные с контролем качества на предприятии.

Рассмотрим построение модели данного объекта управления средствами программы VPwin.

1.5. Начало работы с программой VPwin

После вызова программы VPwin на экран выводится окно (рисунок 1.2), в котором требуется выбрать одно из двух действий: создание новой модели (**Create Model**) или открытие существующей (**Open Model**). В данном примере следует выбрать **Create Model**. В поле **Name** требуется указать имя создаваемой модели, например, **Контроль**. С помощью переключателя **Type** необходимо выбрать основную методологию, используемую для построения модели; в данном примере следует выбрать **Business Process (IDEF0)**. Нажать **OK**.

Примечание - Следует обратить внимание, что имя модели, указываемое в поле **Name** – это именно имя модели, а не имя файла, в котором она будет сохранена. Имя файла указывается при его сохранении.

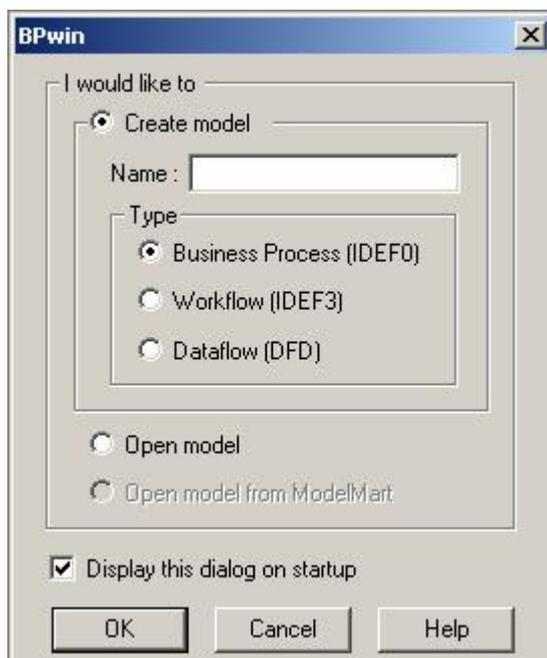


Рисунок 1.2 - Начальное окно BPwin

На экран выводится рабочий лист BPwin с одним блоком (прямоугольником). Он используется для создания контекстной диаграммы (см. подразд.1.7).

В ходе работы с BPwin, как и с любой другой программой, необходимо периодически сохранять введенные данные. Сохранение файла в BPwin выполняется обычным образом, т.е. с помощью команды **File - Save** или кнопки **Сохранить**. Файлы моделей, созданных в BPwin, имеют расширение **.BP1**.

1.6. Панель инструментов программы BPwin

Основная панель инструментов, используемая при создании моделей в среде BPwin, обычно располагается в верхней части окна. Если эта панель отсутствует на экране, следует выбрать команду **View** и установить флажок **BPwin Toolbox**.

В таблице 1.1 показано назначение основных инструментов, входящих в панель инструментов BPwin. Инструменты, не указанные в таблице, в рассматриваемом примере не используются.

Таблица 1.1 – Основные инструменты для построения IDEF0-моделей

Инструмент	Название	Назначение
	Выделение	Выделение элементов модели для их перемещения, удаления, переименования, изменения характеристик и т.д. Во время работы с VPwin, как правило, следует оставлять выбранным именно этот инструмент
	Работа	Добавление новой работы (блока)
	Стрелка	Добавление новой стрелки
	Туннелирование	Обработка стрелок, указанных лишь на одной диаграмме и не отображаемых на диаграммах верхнего и нижнего уровней
	Подпись	Построение линии, связывающей название стрелки с самой стрелкой (для улучшения читаемости диаграммы)
	Вверх	Переход к диаграмме верхнего (более высокого) уровня.
	Вниз	Переход к диаграмме нижнего (более низкого) уровня. Если такой диаграммы нет, то она создается
	Текст	Нанесение произвольного текста (комментария) в любом месте диаграммы

1.7. Построение контекстной диаграммы

Блок, созданный автоматически в начале создания IDEF0-модели, используется для построения контекстной диаграммы.

Контекстная диаграмма представляет собой описание системы (объекта управления) в целом и ее взаимодействия с окружающим миром. Контекстная диаграмма состоит из одного блока, описывающего систему в целом.

Присвоение имени блоку (работе) контекстной диаграммы. Чтобы присвоить имя любой работе на IDEF0-диаграмме, требуется щелкнуть по блоку этой работы правой кнопкой мыши и выбрать из меню команду **Name Editor**. Другой способ присваивания имени – дважды щелкнуть левой кнопкой мыши внутри блока, обозначающего работу. В появившемся окне **IDEF0 Activity Properties** перейти на вкладку **Name** (при использовании команды **Name Editor** эта вкладка выбирается автоматически). В среднем поле окна ввести имя работы, например, Производство и контроль. Нажать **OK**. Введенное название отображается в блоке.

Примечание - Если требуется, чтобы имя блока состояло из нескольких строк, то при вводе имени для его разделения на строки следует нажимать клавишу **Enter**.

Построение стрелок. Построим на диаграмме стрелку входа, обозначающую, что в процессе производства используется сырье. Как видно из рис.1.1, стрелка входа заходит в левую сторону блока. Стрелка входа строится следующим образом.

1. В панели инструментов выбрать инструмент **Стрелка**.

2. Поместить указатель на левую границу окна (т.е. в точке начала стрелки). Вдоль границы окна появляется широкая темная полоса.

3. Щелкнуть левой кнопкой мыши по появившейся темной полосе. Не прижимая кнопку мыши, переместить указатель к левой стороне блока (т.е. к точке, куда должна входить стрелка). По мере перемещения указателя на экране изображается линия. Когда в левой части блока появится широкий темный треугольник, щелкнуть левой кнопкой мыши еще раз. Строится стрелка.

Если требуется изменить стрелку (например, сдвинуть ее вверх или вниз, выпрямить), то необходимо выбрать инструмент **Выделение** и внести необходимые изменения с помощью мыши.

Присвоение имен стрелкам. Присвоим стрелке имя, например, Сырье. Присвоение имени стрелке выполняется следующим образом. На панели инструментов выбрать инструмент **Выделение**. Щелкнуть правой кнопкой мыши по стрелке, которой требуется присвоить имя. Из появившегося меню выбрать команду **Name Editor**. В появившемся окне **IDEF0 Arrow Properties** перейти на вкладку **Name**. В поле **Arrow Name** ввести желаемое имя (в данном случае – Сырье). Нажать **ОК**.

Примечание - Если требуется, чтобы имя стрелки состояло из нескольких строк, то следует сначала ввести имя стрелки в одну строку, а затем с помощью мыши уменьшить ширину текстового блока с именем стрелки таким образом, чтобы имя оказалось расположенным в нескольких строках.

Связывание стрелки и ее имени на диаграмме. Чтобы четко показать, к какой стрелке относится имя, можно связать имя со стрелкой. Для этого требуется щелкнуть по стрелке правой кнопкой мыши и установить флажок **Squiggle**. Эту же операцию можно выполнить и по-другому: выбрать инструмент **Подпись**, щелкнуть мышью по имени стрелки, затем – по самой стрелке. Если требуется удалить связь стрелки с именем, следует с помощью правой кнопки мыши вызвать меню и снять флажок **Squiggle**.

Аналогично построим остальные стрелки: управления (означающие, что производство и контроль осуществляются на основе стандартов и чертежей), механизма (означающие, что для производства и контроля используются приборы и персонал), выхода (означающие, что результатом является выпуск годных изделий и брака). Для построения каждой стрелки требуется выбрать инструмент **Стрелка**, щелкнуть мышью в точке начала стрелки, затем – в точке окончания стрелки. Например, для построения стрелки выхода требуется сначала щелкнуть по правой границе блока, затем – по правой границе окна. При построении стрелки механизма требуется сначала щелкнуть по нижней границе окна, затем – по нижней границе блока. Окончательный вид контекстной диаграммы должен быть примерно таким, как показано на рисунке 1.3.

Удаление стрелок. Если требуется удалить стрелку, то следует выбрать кнопку **Выделение**, выделить стрелку щелчком левой кнопки мыши и нажать клавишу **Del**. На запрос о подтверждении удаления следует выбрать ответ **Yes**.

Переименование стрелок. Если требуется переименовать стрелку, то необходимо щелкнуть по стрелке (или по ее имени) правой кнопкой мыши и вы-

брать команду **Name Editor**. На экран выводится список всех имен стрелок; в поле **Arrow Name** указывается имя выбранной стрелки. Требуется установить флажок **Replace all occurrences of this arrow name in model**, ввести новое имя и нажать **OK**. Установка флажка необходима для того, чтобы стрелка была переименована во всех диаграммах модели, где она указана.

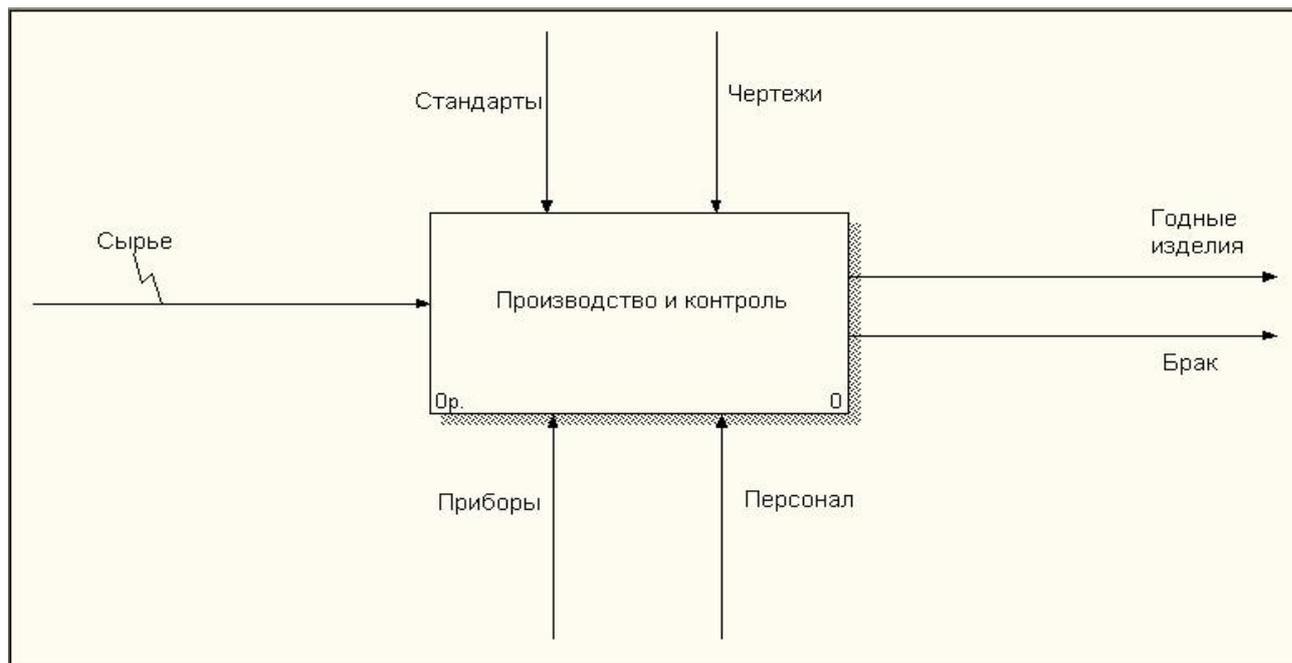


Рисунок 1.3 - Контекстная диаграмма

1.8. Построение диаграммы декомпозиции

Построим диаграмму, описывающую объект управления более подробно. Пусть процесс производства и контроля включает четыре основных работы: контроль сырья, переработку низкокачественного сырья, производство, контроль готовой продукции.

Для построения диаграммы декомпозиции требуется выделить работу, которую требуется описать более подробно (в данном случае – единственную работу контекстной диаграммы) и нажать кнопку **Вниз**, имеющуюся на панели инструментов. На экран выводится окно **Activity Box Count** для указания основных параметров создаваемой диаграммы. Следует установить тип диаграммы – **IDEF0**, количество работ (**Number of Activities in this Decomposition**) – 4. Нажать **OK**. Создается диаграмма декомпозиции, имеющая примерно такой вид, как показано на рисунке 1.4.

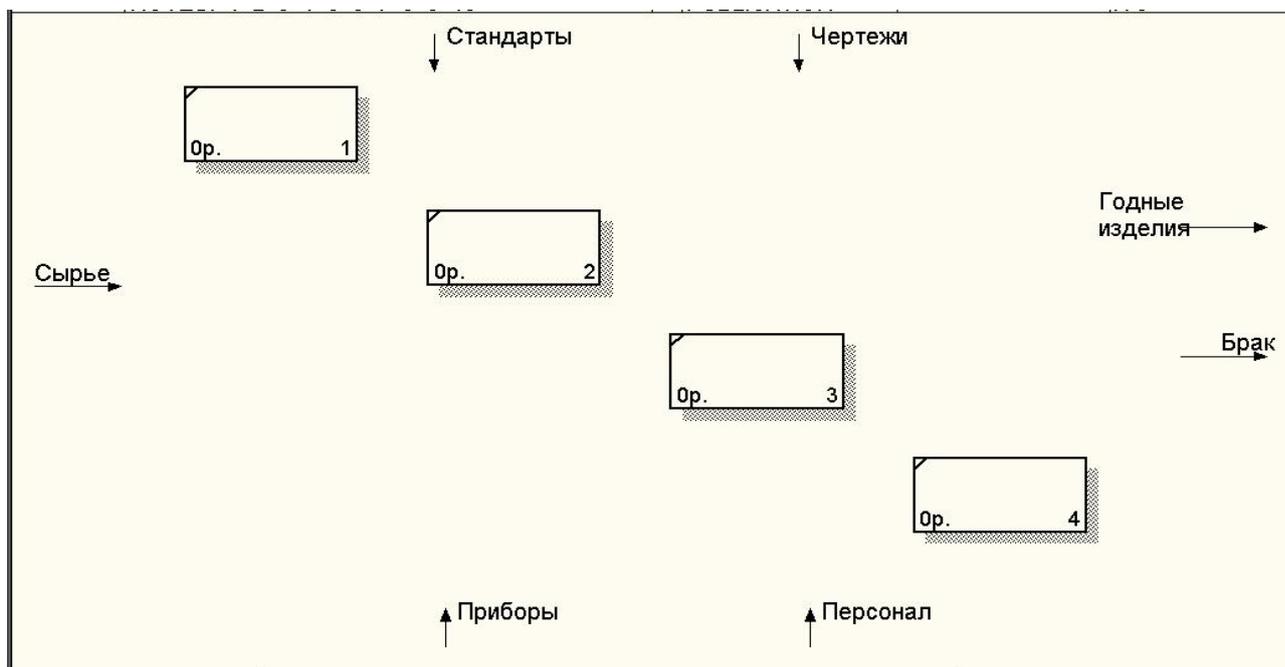


Рисунок 1.4 - Начало построения диаграммы декомпозиции

Из рисунка 1.4 видно, что стрелки с диаграммы верхнего уровня (рисунок 1.3) автоматически переносятся на диаграмму декомпозиции. Такие стрелки называются граничными, так как они располагаются на границах диаграммы.

Построим диаграмму декомпозиции примерно такого вида, как показано на рисунке 1.5. Конечно, отдельные детали диаграммы (расположение имен стрелок, использование связок имен со стрелками и т.д.) могут отличаться от приведенных на рисунке 1.5.

Приведем некоторые указания по построению диаграммы и примеры построения ее элементов.

Назначение имен блокам выполняется точно так же, как показано для контекстной диаграммы.

Построение и именование стрелок. Для построения стрелки требуется выбрать инструмент **Стрелка**, щелкнуть левой кнопкой мыши по точке начала стрелки, затем – по точке окончания стрелки.

Рассмотрим, например, присвоение имен ветвям стрелки **Стандарты**. Как показано на рисунке 1.5, эту стрелку требуется разделить на две ветви. Они будут обозначать, что для проверки сырья используется стандарт ГОСТ 100, а для проверки готовой продукции – ГОСТ 250. Стрелка строится следующим образом.

1. Выбрать инструмент **Стрелка**.
2. Щелкнуть левой кнопкой мыши по стрелке **Стандарты** (еще не подключенной ни к одному блоку).
3. Щелкнуть левой кнопкой мыши по верхней границе блока **Проверка сырья**. Стрелка соединяется с выбранным блоком.
4. Щелкнуть левой кнопкой мыши по стрелке **Стандарты** в точке, расположенной ниже подписи **Стандарты**. Затем щелкнуть левой кнопкой мыши по

верхней границе блока Контроль готовой продукции. Строится новая ветвь стрелки.

5. Присвоить имя ГОСТ 100 ветви, подключенной к блоку Проверка сырья. Для этого выбрать инструмент **Выделение**. Щелкнуть правой кнопкой мыши по стрелке в точке ветви после разветвления (иначе будет переименована не ветвь, а вся стрелка). Выбрать команду **Name Editor**. Убедиться, что флажок **Replace all occurrences of this arrow name in model** заблокирован (это значит, что имя присваивается именно ветви, а не всей стрелке). В поле **Arrow Name** вместо имени Стандарты ввести ГОСТ 100. Нажать **OK**.

6. Аналогично присвоить имя ГОСТ 250 ветви, подключенной к блоку Контроль готовой продукции.

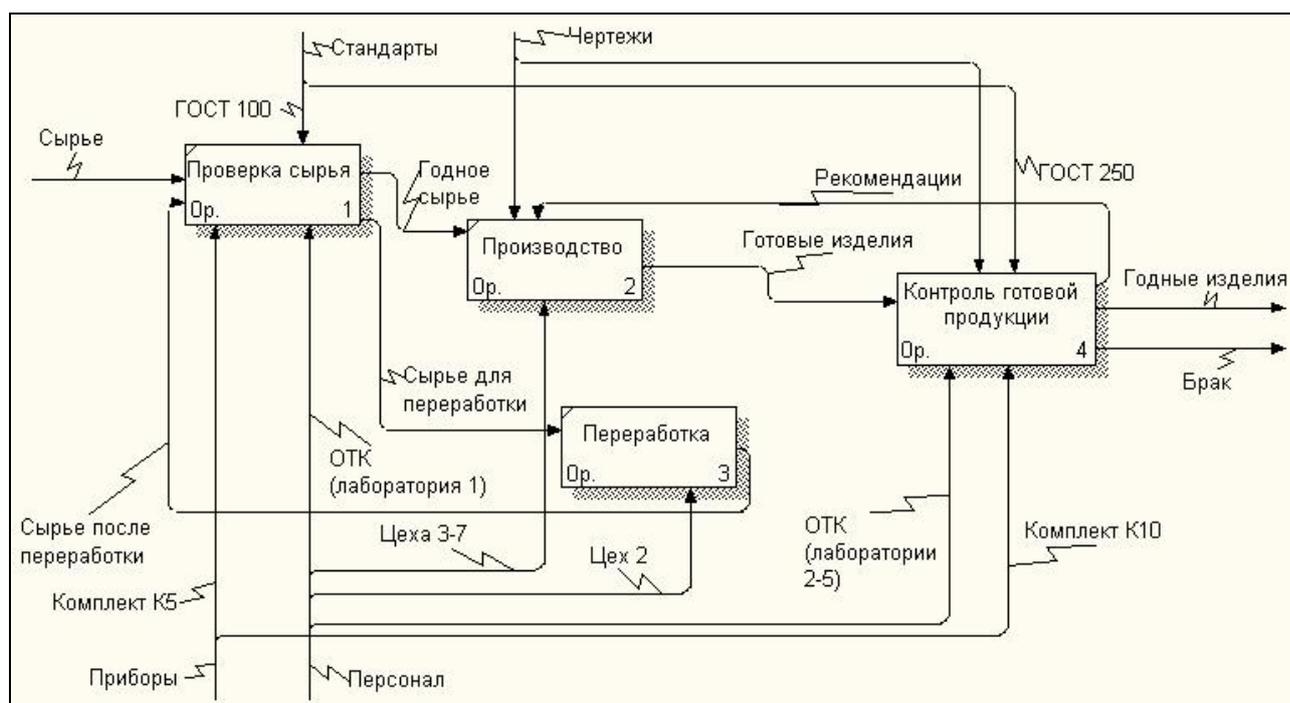


Рисунок 1.5 - Диаграмма декомпозиции

Аналогично строятся остальные стрелки. Например, чтобы построить стрелку **Годное сырье** (связывающую выход блока Проверка сырья с входом блока Производство), требуется выбрать инструмент **Стрелка**, щелкнуть левой кнопкой мыши по выходу (по правой границе) блока Проверка сырья, затем – по входу (по левой границе) блока Производство.

Чтобы построить сливающиеся стрелки (несколько стрелок, сливающихся в одну), необходимо выбрать инструмент **Стрелка**, а затем построить стрелки с помощью мыши.

Если при назначении имени стрелки (с помощью команды **Name Editor** из меню, вызываемого правой кнопкой мыши) в поле **Arrow Name** появляется имя **Unnamed Arrow** (с некоторым номером), то следует ввести вместо этого имени желаемое имя стрелки, установить флажок **Replace all occurrences of this arrow name in model** и нажать **OK**. Если в поле **Arrow Name** не предлагается никакого имени, то следует просто ввести желаемое имя и нажать **OK**.

Допускается не присваивать имена ветвям стрелок. Например, на рисунке 1.5 не присвоены имена отдельным ветвям стрелки Чертежи. В этом случае вся стрелка (включая все ее ветви) имеет одно имя (Чертежи). Это может означать, например, что для производства и контроля готовой продукции используются одни и те же чертежи.

1.9. Туннелирование стрелок

Как было показано выше, при построении диаграммы декомпозиции все стрелки, имевшиеся на диаграмме верхнего уровня, автоматически переносятся на диаграмму нижнего уровня. Аналогично, если добавить новую граничную стрелку на диаграмме нижнего уровня, то она автоматически появляется и на диаграмме верхнего уровня. Это может привести к излишнему загромождению модели стрелками. Чтобы иметь возможность изображать стрелки только на одной диаграмме (без их отображения на диаграммах верхнего и нижнего уровня), используется туннелирование стрелок.

Предположим, что в подразделение предприятия, выполняющее контроль готовой продукции, поступают рекламации (претензии) от потребителей продукции. Чтобы показать это, построим граничную стрелку, которая будет представлять собой вход блока Контроль готовой продукции. Для этого требуется на диаграмме декомпозиции, показанной на рисунке 1.5, выбрать инструмент **Стрелка**, щелкнуть левой кнопкой мыши на левой границе окна, затем – на левой границе блока Контроль готовой продукции. Строится новая стрелка с отметкой в виде двух квадратных скобок ([]) в начале стрелки. Это означает, что стрелка является неразрешенной (**Unresolved**), так как она отсутствовала на диаграмме верхнего уровня (т.е. на контекстной диаграмме). Наличие таких стрелок на диаграмме является ошибкой. Однако появление этой стрелки на контекстной диаграмме (т.е. на диаграмме самого верхнего уровня) нежелательно, так как, очевидно, поступление рекламаций не является важнейшим процессом в работе предприятия. Эту стрелку следует затуннелировать.

Для этого следует щелкнуть правой кнопкой мыши в начале стрелки (между отметками []). Из появившегося меню следует выбрать команду **Arrow Tunnel**. В появившемся окне **Border Arrow Editor** нажать кнопку **Change to Tunnel**. Отметка в виде квадратных скобок заменяется на круглые скобки.

Примечание - Если в окне **Border Arrow Editor** нажать кнопку **Resolve Border Arrow**, то стрелка отображается на диаграмме верхнего уровня.

Предположим, что по результатам проверки сырья часть сырья окончательно бракуется (не направляется ни в производство, ни на переработку). Чтобы показать это, построим для блока Проверка сырья еще одну стрелку-выход. Ее отображение на контекстной диаграмме также нежелательно, так как браковка части сырья является далеко не основным процессом в деятельности

предприятия. Поэтому данную стрелку также следует затуннелировать, как показано выше.

Присвоим построенным стрелкам имена Рекламации и Бракованное сырье. Окончательный вид диаграммы декомпозиции показан на рисунке 1.6.

Примечание - В данном примере рассмотрены случаи, когда стрелки были затуннелированы, чтобы отменить их отображение на диаграмме более высокого уровня. Случай, когда туннелирование применяется для отмены отображения стрелок на диаграмме более низкого уровня, будет рассмотрен в следующей лабораторной работе.

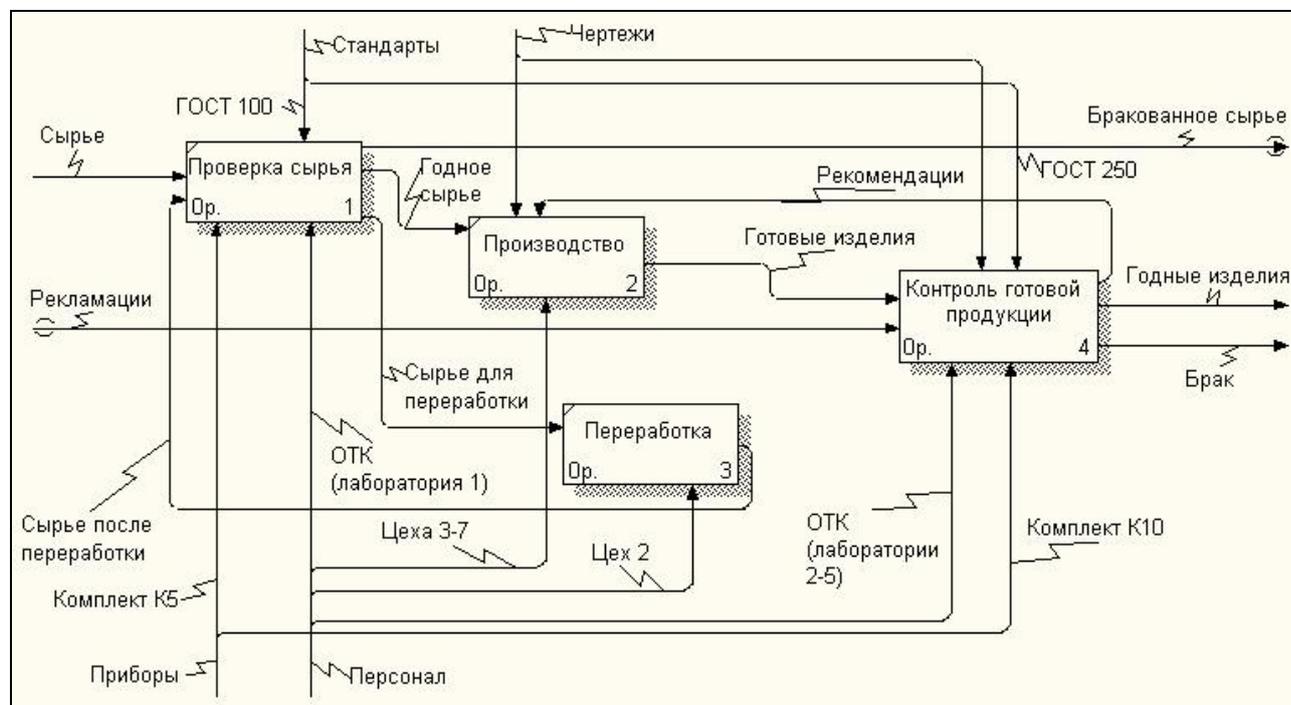


Рисунок 1.6 - Диаграмма декомпозиции с затуннелированными стрелками

1.10. Проверка диаграммы

Имеется возможность проверить правильность построения диаграммы, т.е. убедиться, что в ней нет несвязанных стрелок, безымянных объектов (работ или стрелок) и т.д. Для этого требуется выбрать команду **Report – Model Consistency Report**. В появившемся окне **Model Consistency Report** нажать кнопку **Preview** (предварительный просмотр отчета). Если в диаграмме нет ошибок, то выводится сообщение **No Inconsistencies Found**. В противном случае выводятся сообщения об ошибках (например, о безымянных стрелках или работах). После просмотра результатов проверки следует закрыть полученный отчет и окно **Model Consistency Report**.

1.11. Построение диаграммы дерева узлов

Для наглядного представления построенной модели имеется возможность представить модель в целом (т.е. все построенные диаграммы) в виде дерева. Такая модель называется диаграммой дерева узлов. Для ее построения следует

выбрать команду **Insert – Node Tree**. В поле **Number of Levels** установить желаемое количество уровней диаграммы. Убедиться, что в поле **Top Activity** указана диаграмма самого верхнего уровня (обычно она обозначается как **A0**). Нажать **ОК**.

1.12. Методология DFD

Как указано выше (см. подразд. 1.1), методология DFD применяется главным образом для описания процессов документооборота и обработки информации. Диаграммы, построенные на основе методологии DFD (DFD-диаграммы), обычно используются как дополнение к IDEF0-диаграммам для построения моделей тех элементов объекта управления, основные функции которых связаны с обработкой информации.

DFD-диаграммы включают следующие элементы:

- работы (Activities). Обычно они обозначают операции по обработке данных;
- стрелки (Arrows), обозначающие перемещение данных или объектов в процессе их обработки;
- внешние ссылки (External references) - входы и выходы модели. Используются для обозначения источников данных, обрабатываемых в анализируемой системе, или приемников результатов обработки данных;
- хранилища данных (Data stores). Используются для обозначения баз данных, массивов, картотек (при ручной обработке данных) и т.д.

1.13. Построение DFD-диаграммы

Постановка задачи. Построение DFD-диаграммы рассмотрим на следующем примере. Пусть построена функциональная модель производства и контроля качества продукции, включающая контекстную диаграмму (рисунок 1.3), диаграмму декомпозиции анализируемого процесса в целом (рисунок 1.6), а также диаграмму декомпозиции процесса контроля качества продукции (рисунок 1.7). Требуется построить модель процесса анализа брака.

Анализ брака включает: анализ по видам брака; анализ по видам бракованной продукции; анализ по условиям эксплуатации продукции. По результатам указанных видов анализа проводится статистический анализ брака. В процессе статистического анализа используется также база данных о поставщиках сырья, используемого в производстве продукции, и архивные данные о браке (т.е. данные, накопленные за предыдущие периоды). На основании результатов статистического анализа, а также с учетом архивных данных вырабатываются рекомендации о мерах по снижению брака, направляемые в два подразделения предприятия: конструкторское бюро (КБ) и отдел главного технолога (ОГТ).

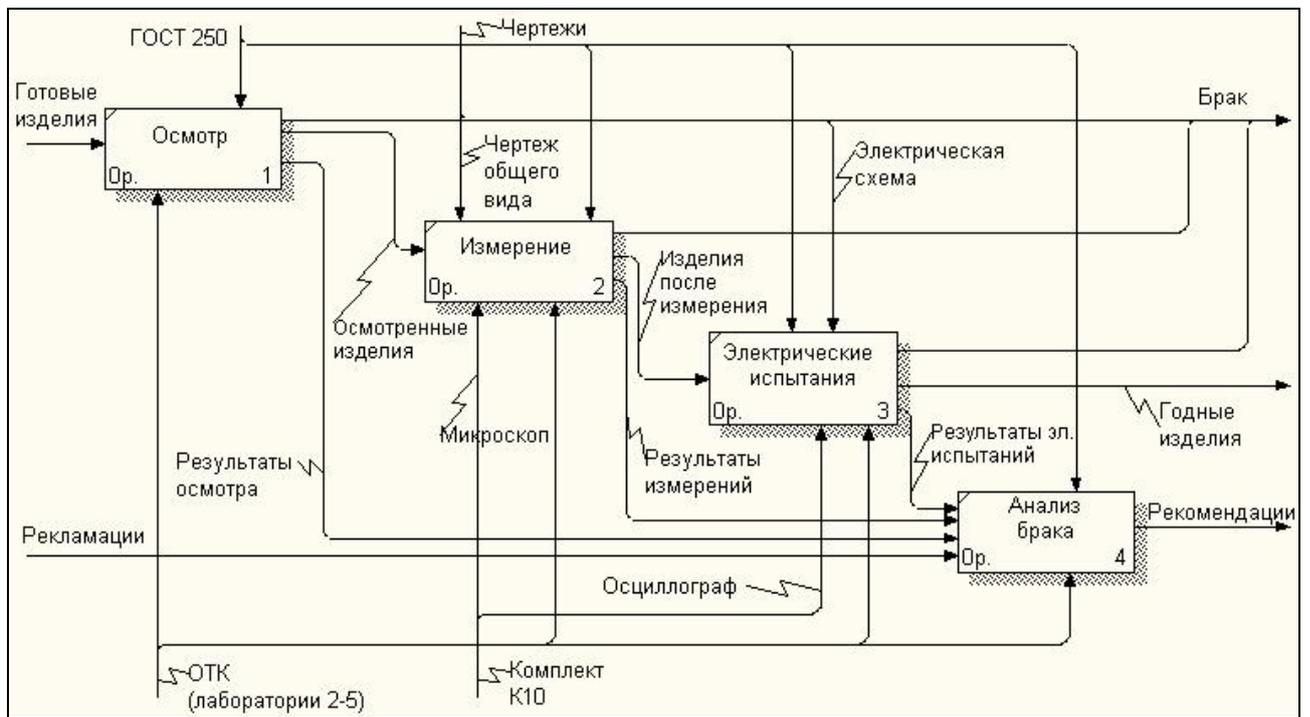


Рисунок 1.7 - Диаграмма декомпозиции процесса контроля качества продукции (методология IDEF0)

Исходными данными для анализа по видам брака и по видам продукции являются результаты контроля качества, получаемые отделом технического контроля (ОТК) предприятия, а также рекламации, поступающие от потребителей. Анализ по условиям эксплуатации проводится на основе рекламаций от потребителей. Кроме того, в процессе анализа по видам брака и по видам продукции используются данные о поставщиках сырья; в процессе анализа по видам брака используется также стандарт качества продукции (ГОСТ 250).

Все виды анализа (включая статистический) выполняются согласно соответствующим методикам.

Результаты статистического анализа и выработанные рекомендации сохраняются в архиве.

Так как процесс анализа брака представляет собой, главным образом, процесс обработки информации, для построения модели этого процесса целесообразно использовать методологию DFD.

Проанализировав приведенное выше описание процесса анализа брака, можно заметить, что он включает пять основных операций (работ): анализ по видам брака; анализ по видам бракованной продукции; анализ по условиям эксплуатации продукции, статистический анализ, выработку рекомендаций. Внешними источниками данных являются ОТК предприятия, а также потребители его продукции. Кроме того, в процессе анализа используется информация, хранящаяся и накапливаемая в самом подразделении, осуществляющем анализ: данные о поставщиках сырья, стандарты, методики анализа брака, архивные данные. Получателями результатов анализа являются конструкторское бюро и отдел главного технолога.

Начало работы с моделью. Выбор диаграммы для декомпозиции. После запуска VPwin на экран выводится начальное окно (см. рисунок 1.2). В этом окне следует установить переключатель **Open model** (так как требуется работать с уже имеющейся моделью) и нажать **ОК**. В появившемся окне открытия файла выбрать файл модели.

После загрузки файла модели на экран выводится контекстная диаграмма, аналогичная показанной на рисунке 1.3. Следует выделить блок этой диаграммы и выбрать инструмент **Вниз**. На экран выводится диаграмма декомпозиции, аналогичная показанной на рисунке 1.6. На ней следует выделить блок **Контроль готовой продукции** и снова выбрать инструмент **Вниз**. Выводится диаграмма декомпозиции, аналогичная показанной на рисунке 1.7. Для одного из ее блоков (**Анализ брака**) требуется построить диаграмму декомпозиции согласно методологии DFD.

Порядок построения DFD-диаграммы. Для построения DFD-диаграммы требуется выделить блок, для которого требуется декомпозиция (в данном примере – блок **Анализ брака**) и выбрать инструмент **Вниз**. На экран выводится окно **Activity Box Count** для указания основных параметров создаваемой диаграммы. Следует установить тип диаграммы – **DFD**, количество работ (**Number of Activities in this Decomposition**) – 5. Нажать **ОК**. Создается диаграмма декомпозиции, имеющая примерно такой вид, как показано на рисунке 1.8.

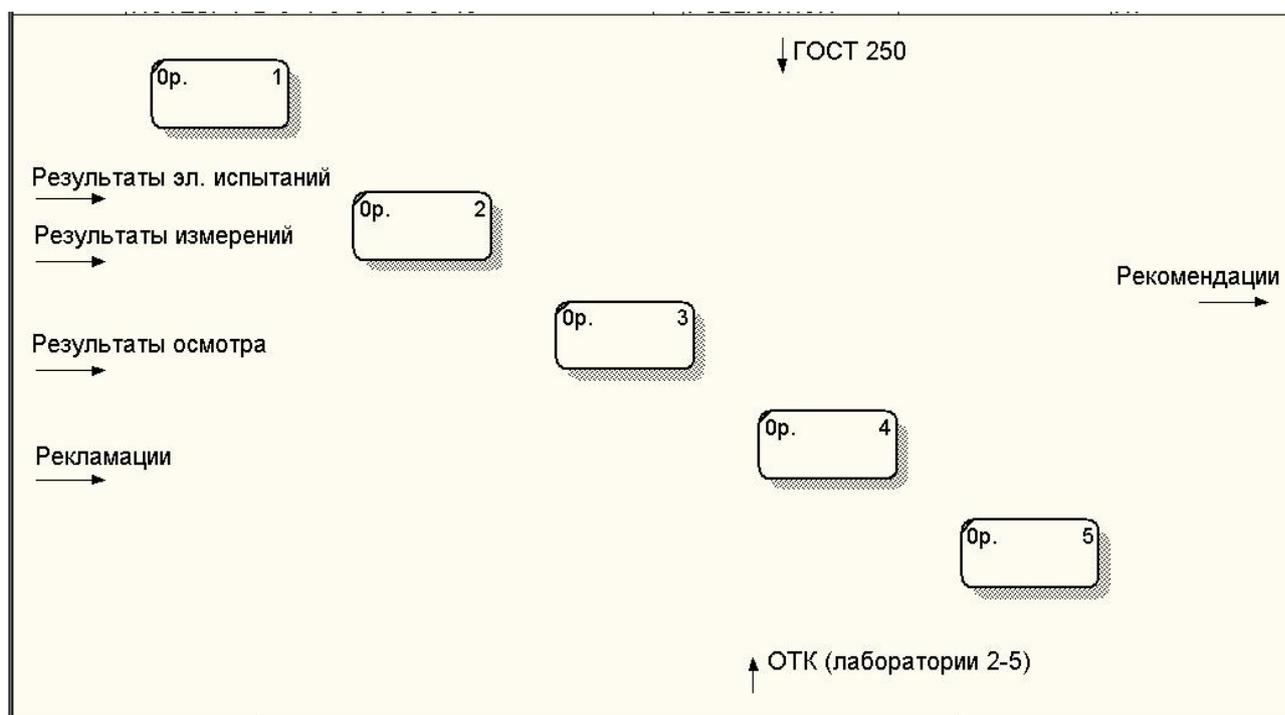


Рисунок 1.8 - Начало построения DFD-диаграммы

На диаграмме указывается заданное количество работ, а также стрелки, автоматически перенесенные с диаграммы верхнего уровня (см. рисунок 1.7). Согласно системе обозначений для методологии DFD, диаграмма не должна иметь граничных стрелок – все стрелки должны начинаться и заканчиваться на объек-

тах самой DFD-диаграммы (работах, хранилищах данных или внешних ссылках). Поэтому потребуются выполнить следующее:

- 1) удалить с DFD-диаграммы все граничные стрелки;
- 2) с помощью инструмента **Вверх** вернуться на диаграмму верхнего уровня и затуннелировать все стрелки, относящиеся к работе, для которой строится DFD-диаграмма (в данном случае – для работы Анализ брака);
- 3) чтобы продолжить работу с DFD-диаграммой, на диаграмме IDEF0 (на блоке Анализ брака) выбрать инструмент **Вниз**.

В панели инструментов на DFD-диаграмме появляются новые инструменты (см. таблицу 1.2).

Таблица 1.2 - Основные инструменты для построения DFD-моделей

Инструмент	Название	Назначение
	Внешняя ссылка	Добавление новой внешней ссылки, т.е. источника или приемника данных
	Хранилище данных	Добавление хранилища данных
	Ссылка на другую страницу	Добавление ссылки на другую страницу (в данной работе не используется)

Построим DFD-диаграмму примерно такого вида, как показано на рисунке 1.9. Указания по построению диаграммы и примеры построения ее элементов приводятся ниже.

Добавление внешних ссылок. Как следует из постановки задачи, в данном примере требуется добавить четыре внешних ссылки. Две из них (ОТК и потребители) представляют собой источники данных, две других (ОГТ и КБ) – приемники данных.

Чтобы добавить на диаграмму внешнюю ссылку, требуется выбрать (одним щелчком левой кнопки мыши) инструмент **Внешняя ссылка**, затем щелкнуть левой кнопкой мыши в том месте на диаграмме, где требуется разместить внешнюю ссылку. В появившемся окне **External Reference** во второй строке ввести желаемое имя внешней ссылки (например, Потребители). Установить переключатель **Other**. Нажать кнопку **ОК**.

Примечания

1 Если добавляемая внешняя ссылка уже имеется на какой-либо другой диаграмме модели, то можно выбрать ее имя в первой строке (**Reusable External**) окна **External Reference**.

2 Если вместо переключателя **Other** установить переключатель **Arrow**, то имя добавляемой внешней ссылки можно будет выбрать только из перечня имен стрелок, имеющих в модели.

Добавление хранилищ данных. В данном примере требуется установить четыре хранилища данных. Они будут обозначать стандарты, методики анализа брака, базу данных о поставщиках сырья, базу архивных данных о браке. Чтобы

добавить на диаграмму хранилище данных, требуется выбрать (одним щелчком левой кнопки мыши) инструмент **Хранилище данных**, затем щелкнуть левой кнопкой мыши в том месте на диаграмме, где требуется разместить хранилище данных.

Назначение имен работам и хранилищам данных производится так же, как назначение имен блокам в IDEF0-диаграмме.

Добавление стрелок. Стрелки добавляются на DFD-диаграмму точно так же, как на IDEF0-диаграмму. Единственное отличие заключается в том, что на DFD-диаграмме могут использоваться двухсторонние (двунаправленные) стрелки. Как видно из рисунка 1.9, в рассматриваемом примере такие стрелки связывают работы **Статистический анализ** и **Выработка рекомендаций** с хранилищем данных **Архив**. Это означает, что для выполнения указанных работ используются данные из хранилища **Архив**, а результаты работ сохраняются в этом хранилище.

Чтобы сделать стрелку двухсторонней, требуется щелкнуть по ней правой кнопкой мыши и выбрать из меню команду **Style Editor**, или дважды щелкнуть по стрелке левой кнопкой мыши и перейти на вкладку **Style**. Выбрать для переключателя **Shape** значение **Bidirectional**. Нажать кнопку **OK**.

Названия стрелкам присваиваются так же, как в IDEF0-моделях.

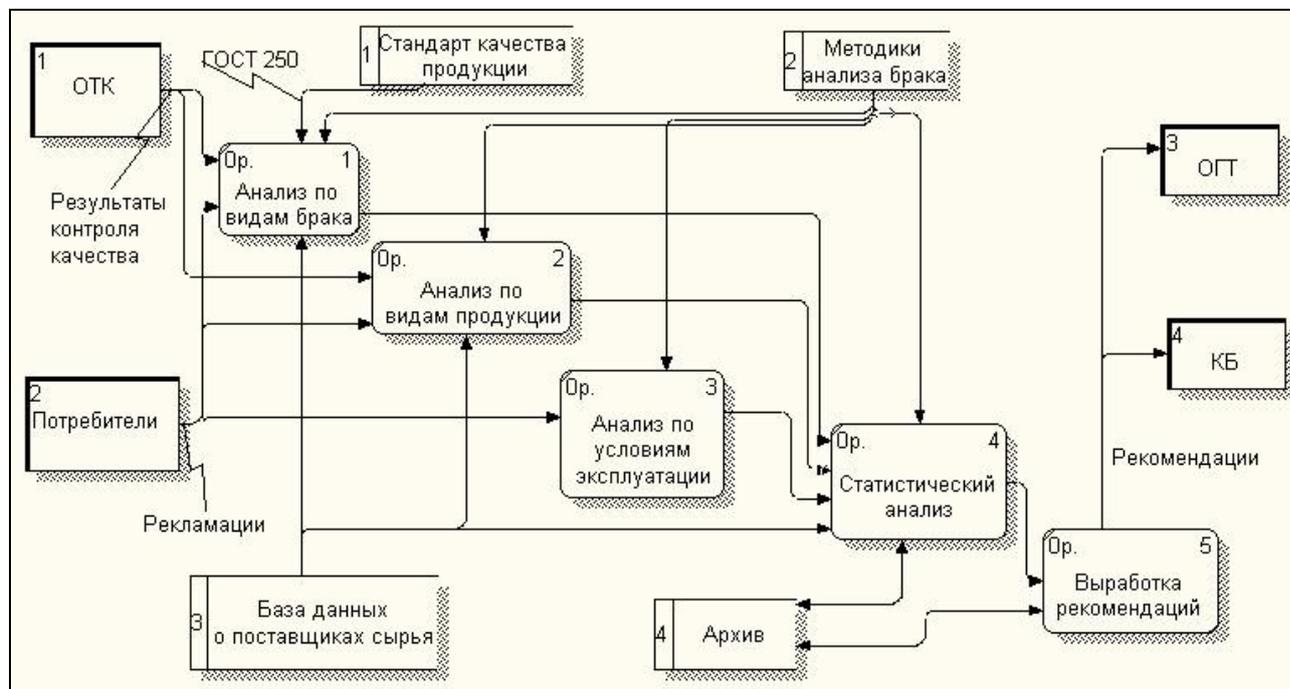


Рисунок 1.9 - DFD-диаграмма

1.14. Методология IDEF3

Методология IDEF3 применяется для описания взаимодействия процессов (работ), т.е. порядка их выполнения, а также логических связей между ними. Диаграммы, построенные на основе методологии IDEF3 (IDEF3-диаграммы),

как и DFD-диаграммы, обычно строятся в качестве дополнения к IDEF0-диаграммам для их детализации.

IDEF3-диаграммы включают следующие основные элементы:

- единицы работы (UOW – Units of work), аналогичные работам на IDEF0-диаграммах;
- стрелки (Arrows), обозначающие порядок выполнения работ;
- перекрестки (Junctions), отображающие логические связи между работами.

Стрелки. При построении IDEF3-диаграмм применяются стрелки трех типов (таблица 1.3).

Таблица 1.3 – Стрелки в IDEF3-моделях

Стрелка	Название	Назначение
	Предшествование, или старшая связь (Precedence)	Показывает, что предыдущая работа (с которой стрелка начинается) должна закончиться прежде, чем начнется следующая работа (указанная в конце стрелки)
	Отношение (Relational)	Показывает, что работа, указанная в конце стрелки, может начинаться до окончания работы, указанной в начале стрелки
	Поток объектов (Object flow)	Показывает, что результатом работы, указанной в начале стрелки, является некоторый объект (материальный объект или информация), используемый в работе, указанной в конце стрелки

Перекрестки. Эти элементы IDEF3-диаграммы используются, если по окончании некоторой работы может начинаться несколько работ (разветвление, *fan-out*), или для начала некоторой работы требуется окончание нескольких работ (слияние, *fan-in*). В отличие от IDEF0- и DFD-диаграмм, в IDEF3-диаграммах стрелки могут сливаться и разветвляться только через перекрестки. Один перекресток не может использоваться для слияния и разветвления стрелок.

Всем перекресткам на диаграмме автоматически присваиваются номера с префиксом J.

Типы перекрестков, применяемые в IDEF3-диаграммах, приведены в таблице 1.4, а инструменты VPwin для их построения и для указания их свойств – в таблице 1.5.

1.15. Построение IDEF3-диаграммы

Построим IDEF3-диаграмму для блока (работы) Проверка сырья. Пусть проверка сырья включает следующие работы: проверка чистоты сырья; проверка химического состава; проверка механических свойств; проверка электрических свойств; анализ результатов проверок; отправка сырья в производственное подразделение (если сырье годное); отправка сырья на переработку (если сырье

имеет недостатки, но они не настолько серьезны, чтобы сырье было полностью забраковано); оформление рекламации поставщику сырья (если сырье настолько некачественно, что не может быть переработано); занесение данных о рекламации в базу данных.

Для построения такой диаграммы сначала требуется с помощью инструментов **Вверх** и **Вниз** перейти к блоку работы, для которого необходима декомпозиция (в данном примере – блок Проверка сырья). Затем необходимо выделить этот блок и выбрать инструмент **Вниз**. На экран выводится окно **Activity Box Count** для указания основных параметров создаваемой диаграммы. Следует установить тип диаграммы – **IDEF3**, количество работ (**Number of Activities in this Decomposition**) – 9. Нажать **ОК**. Создается диаграмма декомпозиции, имеющая примерно такой вид, как показано на рисунке 1.10.

Таблица 1.4 – Перекрестки в IDEF3-моделях

Обозначение	Название	Смысл при слиянии стрелок	Смысл при разветвлении стрелок
	Асинхронное И (Asynchronous AND)	Все предшествующие работы должны быть завершены	Начинаются все следующие работы
	Синхронное И (Synchronous AND)	Все предшествующие работы должны быть завершены одновременно*	Все следующие работы начинаются одновременно
	Асинхронное ИЛИ (Asynchronous OR)	Одна или несколько предшествующих работ должны быть завершены	Начинается одна или несколько следующих работ
	Синхронное ИЛИ (Synchronous OR)	Одна или несколько предшествующих работ должны быть завершены. Если завершается несколько работ (а не одна), то они должны быть завершены одновременно*	Начинается одна или несколько следующих работ. Если начинается несколько работ (а не одна), то они должны быть начаты одновременно*
	Исключающее ИЛИ (XOR, Exclusive OR)	Должна быть завершена только одна (но не несколько) из предшествующих работ*	Начинается только одна из следующих работ (но не несколько)

* Отмеченные виды перекрестков применяются достаточно редко.

Таблица 1.5 – Инструменты для построения перекрестков в IDEF3-моделях

Инструмент	Название	Назначение
	Перекресток	Добавление перекрестка
	Ссылка	Дополнительные возможности описания свойств работы или перекрестка.

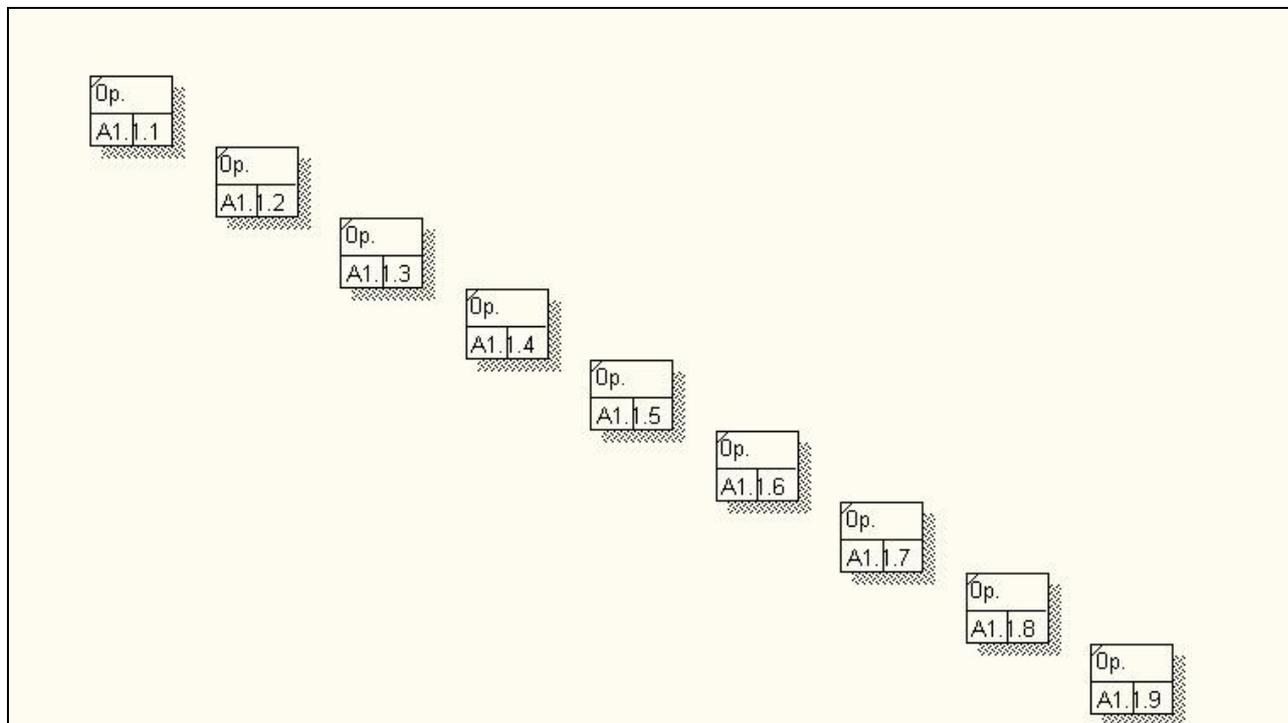


Рисунок 1.10 - Начало построения IDEF3-диаграммы

В панели инструментов на IDEF3-диаграмме появляются новые инструменты (см. таблицу 1.5).

Построим IDEF3-диаграмму примерно такого вида, как показано на рисунке 1.11. Указания по построению диаграммы и примеры построения ее элементов приводятся ниже.

Добавление перекрестков. Чтобы добавить на диаграмму перекресток, требуется выбрать инструмент **Перекресток**, затем щелкнуть левой кнопкой мыши в том месте на диаграмме, где требуется разместить перекресток. В появившемся окне **Junction Type Editor** выбрать тип перекрестка (см. таблицу 1.4).

Добавление стрелок. Стрелки добавляются на IDEF3-диаграмму точно так же, как на IDEF0- или DFD-диаграмму. По умолчанию создается стрелка “Предшествование”. Чтобы изменить тип стрелки (т.е. выбрать тип “Отношение” или “Поток объектов”), требуется щелкнуть по стрелке правой кнопкой мыши и выбрать из меню команду **Style Editor**, или дважды щелкнуть по стрелке левой кнопкой мыши и перейти на вкладку **Style**. Затем выбрать желаемый тип стрелки (см. таблицу 1.3) и нажать кнопку **OK**.

Названия стрелкам присваиваются так же, как в IDEF0-моделях. На практике названия стрелкам присваиваются не всегда. Однако следует обратить внимание, что при проверке диаграммы (команда Report – Model Consistency Report) в случае отсутствия названий выводится предупреждающее сообщение.

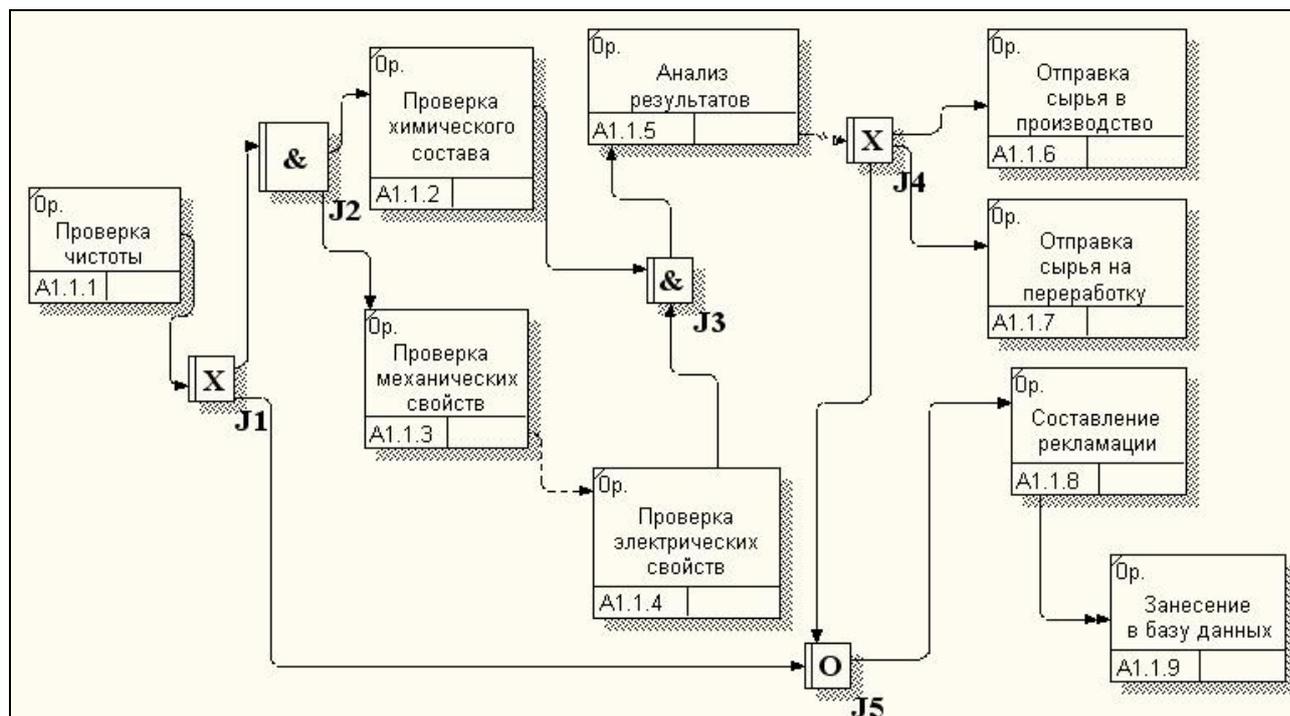


Рисунок 1.11 - IDEF3-диаграмма

Рассмотрим смысл некоторых элементов IDEF3-диаграммы, приведенной на рисунке 1.11.

Перекресток J1 (исключающее ИЛИ) означает, что после завершения работы Проверка чистоты выполняется одно из следующих действий: или начинаются работы Проверка химического состава и Проверка механических свойств, или начинается работа Составление рекламации.

Перекресток J2 (асинхронное И) означает, что после завершения предыдущей работы (Проверка чистоты) могут выполняться работы Проверка химического состава и Проверка механических свойств, но необязательно, чтобы эти работы начинались одновременно.

Перекресток J3 (асинхронное И) означает, что для начала работы Анализ результатов требуется завершение двух работ: Проверка химического состава и Проверка электрических свойств.

Перекресток J4 (исключающее ИЛИ) означает, что после завершения работы Анализ результатов выполняется одно из трех действий: или сырье направляется в производственное подразделение для использования (если оно годное), или оно направляется на переработку (если оно оказалось годным частично), или составляется рекламация для поставщика сырья (если сырье оказалось негодным).

Перекресток J5 (асинхронное ИЛИ) означает, что для начала работы Составление рекламации требуется окончание одной из работ: Проверка чистоты или Анализ результатов.

Стрелка “Отношение”, соединяющая работы Проверка механических свойств и Проверка электрических свойств, означает, что проверка электрических свойств может начинаться до того, как будет полностью завершена проверка механических свойств.

Стрелка “Поток объектов”, соединяющая работы Составление рекламации и Занесение в базу данных, означает, что результатом работы Составление рекламации является некоторый объект (составленная рекламация), используемый в последующей работе (Занесение в базу данных).

1.16. Копирование диаграммы в Word

Во многих случаях требуется включить диаграмму, построенную средствами программы PRwin, в текстовый файл, подготовленный в редакторе Word. Для этого необходимо перейти к диаграмме, которую требуется скопировать, и выбрать команду **Edit – Copy Picture**. При этом находящаяся на экране диаграмма (вместе со всеми имеющимися на ней надписями) копируется в буфер обмена. Затем следует перейти в Word и вставить скопированное изображение (командой **Правка – Вставить** или нажатием клавиш **Ctrl-V**).

Копирование необходимо выполнять для каждой диаграммы отдельно.

Примечание – Копирование выполняется одинаково для диаграмм, построенных с использованием любой из методологий (IDEF0, DFD, IDEF3).

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ В ПОДСИСТЕМЕ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ АСУ ПРЕДПРИЯТИЯ

2.1. Структура АСУ предприятия

В составе АСУ предприятия (АСУП) выделяют функциональную и обеспечивающую части. Функциональная часть АСУП - это комплекс организационных, административных и экономико-математических методов, обеспечивающих выполнение функций управления (планирования, организации, координации, контроля, анализа и т.д.) с целью выработки и принятия управленческих решений. В зависимости от решаемых задач выделяются функциональные подсистемы АСУП. Обычно в составе АСУП выделяют следующие подсистемы:

- технико-экономического планирования;
- технической подготовки производства;
- оперативного управления производством;
- управления материально-техническим снабжением;
- управления сбытом и реализацией продукции;
- управления качеством продукции;
- управления кадрами;
- бухгалтерского учета.

Иногда выделяются и другие подсистемы (управления вспомогательным производством, управления транспортным обслуживанием и т.д.).

В составе подсистем АСУП выделяют комплексы задач - совокупности задач, выделенных по определенному признаку (общий объект управления, сходные функции управления, общая информационная база и т.д.). Каждая задача реализует конкретную функцию управления. Порядок решения задачи (входные и выходные данные, алгоритм решения, используемые технические и программные средства, периодичность решения и т.д.) должны быть оформлены документально.

Среди задач, решаемых в АСУП, выделяют два вида задач:

– оптимизационные задачи - задачи, в которых требуется определить лучшее решение (примеры - задачи составления производственной программы, распределения ресурсов, вложения средств в производство, составления расписаний и т.д.). Для решения таких задач обычно применяются экономико-математические методы (например, методы математического программирования);

– расчетные задачи - задачи, в которых имеется только одно решение, определяемое по заданным формулам (примеры - начисление заработной платы, расчет себестоимости продукции и т.д.).

Обеспечивающая часть АСУП обеспечивает решение задач, составляющих функциональную часть АСУП. В составе обеспечивающей части обычно выделяют следующие подсистемы:

- математическое и программное обеспечение;

- техническое обеспечение;
- информационное обеспечение;
- лингвистическое обеспечение и т.д.

2.2. Задачи оптимизации в планировании производства

В процессе планирования производства можно выделить следующие этапы:

1) объемное планирование - определение производственной программы, т.е. объемов производства на достаточно длительный плановый период, например, на год. Эта задача решается в подсистеме технико-экономического планирования АСУ предприятия (ТЭП АСУП);

2) объемно-календарное планирование – распределение производственной программы по промежуточным плановым периодам, обычно – по неделям или месяцам. Эта задача также относится к задачам подсистемы ТЭП;

3) календарное планирование - составление расписания выпуска изделий по времени и по рабочим местам. Эта задача решается в подсистеме оперативного управления производством (ОУП).

На каждом из этих этапов решаются различные оптимизационные задачи. Экономико-математические методы, применяемые для решения этих задач, и используемые критерии оптимизации могут быть различны. Так, на этапе объемного планирования основными являются такие критерии, как прибыль предприятия, объемы производства. На этапах объемно-календарного и календарного планирования применяются такие критерии, как своевременность выпуска продукции, равномерность загрузки оборудования. Примеры решения оптимизационных задач на различных этапах планирования рассматриваются ниже.

2.3. Задача расчета производственной программы

В упрощенной форме данная задача может быть сформулирована следующим образом.

Предприятие выпускает m видов продукции. Требуется определить объемы их производства (X_1, X_2, \dots, X_m) на некоторый плановый период, например, на год. При этом имеются следующие ограничения:

- на ресурсы:

$$\sum_{i=1}^M C_{ij} \cdot X_i \leq B_j, \quad j=1, \dots, S, \quad (2.1)$$

где C_{ij} – расход j -го ресурса на производство единицы i -й продукции;

B_j – ограничение на запас j -го ресурса;

S – количество видов ресурсов;

- на выпуск продукции:

$$X_i \leq d_i, \quad (2.2)$$

$$X_i \geq D_i, \quad (2.3)$$

где d_i – максимально возможный выпуск i -го вида продукции (например, максимальный спрос на данную продукцию);

D_i – минимально необходимый выпуск i -го вида продукции (например, объем производства по имеющимся заказам).

Могут присутствовать и другие ограничения, зависящие от конкретной задачи.

В качестве критериев эффективности (целевых функций) могут использоваться прибыль предприятия, объем производства (в денежном или натуральном выражении), затраты на производство и другие показатели.

Таким образом, при расчете производственной программы требуется учитывать несколько критериев эффективности. Для этого необходимо применять методы многокритериальной оптимизации, т.е. методы принятия решений с учетом многих критериев. Рассмотрим один из таких методов, применимый для данной задачи – метод последовательных уступок.

Принцип работы метода следующий. На основе суждений ЛПР или экспертных оценок выполняется ранжирование критериев по важности. Находится лучшее решение по наиболее важному критерию. После этого ЛПР указывает допустимую уступку, т.е. величину, на которую можно ухудшить оценку по наиболее важному критерию, чтобы обеспечить улучшение по другому (второму по важности) критерию. Находится лучшее решение по второму критерию (при условии, что оценка по первому критерию ухудшается не больше, чем на заданную уступку). Затем указывается уступка по второму критерию. Находится лучшее решение по следующему (третьему по важности) критерию, при соблюдении ограничений на уступки по первому и второму критерию. Процесс продолжается, пока не будет выполнена оптимизация по всем критериям.

Пример 2.1. Для цеха по производству изделий бытовой химии разрабатывается план выпуска двух видов стиральных порошков: "Универсал" и "Люкс". Имеется заказ на выпуск 1000 упаковок порошка "Универсал". Кроме того, на основе исследований рынка установлено, что спрос на порошок "Люкс" не превысит 14 000 упаковок.

Все виды сырья, используемого при производстве порошков, могут закупаться в неограниченном количестве, кроме специальной отбеливающей добавки; ее можно закупить не более 2,5 тонн. Расход этой добавки на одну упаковку порошка "Универсал" составляет 100 г, на упаковку порошка "Люкс" - 300 г.

В процессе производства порошков выполняются три операции: очистка сырья, химическая обработка, расфасовка. Затраты времени на эти операции (в минутах на одну упаковку порошка) приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Операция	"Универсал"	"Люкс"
Очистка материала	2	2,5
Химическая обработка материала	1,5	4
Расфасовка	2	2

Предприятие имеет две установки для очистки материала, три - для химической обработки материала, две - для расфасовки. Фонды времени работы единицы оборудования на плановый период следующие: установка для очистки материала - 200 часов, установка для химической обработки материала - 240 часов, установка для расфасовки - 200 часов.

При производстве порошков применяется реактив, использование которого представляет опасность для работающих и требует специальных мер защиты. При выпуске одной упаковки порошка "Универсал" расходуется 400 г этого реактива, при выпуске упаковки порошка "Люкс" - 200 г.

Себестоимость одной упаковки порошка "Универсал" составляет 6 ден.ед., порошка "Люкс" - 10 ден.ед. Предприятие предполагает продавать порошок "Универсал" по цене 11 ден.ед., "Люкс" - по 18 ден.ед.

Требуется составить план производства порошков, обеспечивающий получение максимальной прибыли. В то же время руководство предприятия желает свести к минимуму использование опасного реактива, а также (в рекламных целях) увеличить производство более дешевого порошка "Универсал".

Данная задача представляет собой задачу с тремя критериями. Основным критерий - прибыль, второй по важности - использование опасного реактива, наименее важный - объем производства порошка "Универсал". Рассмотрим решение этой задачи на основе метода последовательных уступок.

Сначала найдем оптимальное решение по основному критерию (прибыли). Составим математическую модель задачи. Обозначим объем выпуска порошков "Универсал" и "Люкс" через X_1 и X_2 . Тогда можно составить следующую систему ограничений.

Ограничения на выпуск порошков:

$$X_1 \geq 1000$$

$$X_2 \leq 14000$$

Ограничения на время работы оборудования:

$$2X_1 + 2,5X_2 \leq 24000$$

$$1,5X_1 + 4X_2 \leq 43200$$

$$2X_1 + 2X_2 \leq 24000.$$

Ограничение на расход отбеливающей добавки:

$$0,1X_1 + 0,3X_2 \leq 2500.$$

Здесь фонды времени работы оборудования указаны в минутах.

Кроме того, переменные X_1 и X_2 должны быть неотрицательными и целочисленными, так как они обозначают количество упаковок:

$$X_i \geq 0, X_i - \text{целые}, i=1, \dots, 2.$$

Целевая функция имеет следующий вид:

$$E = 5X_1 + 8X_2 \rightarrow \max.$$

Коэффициенты целевой функции определены как разности цены и себестоимости продукции.

Решив эту задачу симплекс-методом (и методом ветвей и границ), получим: $X_1=2715$, $X_2=7428$, $E=72999$. Таким образом, оптимальное решение по критерию максимизации прибыли состоит в том, что следует выпустить 2715 упаковок порошка "Универсал" и 7428 упаковок порошка "Люкс". Прибыль составит 72999 ден.ед.

Пусть в целях сокращения использования опасного реактива руководство предприятия считает допустимым некоторое снижение прибыли, однако не более чем на 10%. Найдем величину уступки: она составляет 10% от 72999, или примерно 7300 ден.ед. Таким образом, прибыль не должна составить менее 65699 ден.ед. ($72999-7300=65699$). Для удобства расчетов округлим эту цифру до 65700. В систему ограничений требуется включить новое ограничение:

$$5X_1 + 8X_2 \geq 65700$$

Это ограничение устанавливает, что прибыль должна быть не ниже 65700 ден.ед., т.е. она не должна быть ниже оптимальной более чем на 10%.

Таким образом, система ограничений примет следующий вид:

$$5X_1 + 8X_2 \geq 65700$$

$$X_1 \geq 1000$$

$$X_2 \leq 14000$$

$$0,1X_1 + 0,3X_2 \leq 2500$$

$$2X_1 + 2,5X_2 \leq 24000$$

$$1,5X_1 + 4X_2 \leq 43200$$

$$2X_1 + 2X_2 \leq 24000$$

$$X_i \geq 0, X_i - \text{целые}, i=1, \dots, 2.$$

В качестве новой целевой функции используем расход опасного реактива:

$$E = 0,4X_1 + 0,2 X_2 \rightarrow \min$$

Решив эту задачу симплекс-методом и методом ветвей и границ, получим: $X_1=1000$, $X_2=7588$. Таким образом, следует выпустить 1000 упаковок порошка "Универсал" и 7588 упаковок порошка "Люкс". При этом расходуется 1917,6 кг опасного реактива. Легко подсчитать, что прибыль при данном плане производства составит 65704 ден.ед.

Предположим, что с целью увеличения производства порошка "Универсал" руководство предприятия согласно на увеличение использования опасного реактива, однако не более чем на 15%. Найдем величину уступки: она со-

ставляет 15% от 1917,6, т.е. 287,64 кг. Таким образом, расход опасного реактива не должен превышать $1917,6+287,64=2205,24$ кг; для удобства округлим эту величину до 2200 кг. В систему ограничений включается новое ограничение:

$$0,4X_1 + 0,2X_2 \leq 2200.$$

Следует обратить внимание, что в системе ограничений сохраняется ограничение на прибыль ($5X_1 + 8X_2 \geq 65700$).

Таким образом, система ограничений примет следующий вид:

$$5X_1 + 8X_2 \geq 65700$$

$$X_1 \geq 1000$$

$$X_2 \leq 14000$$

$$0,1X_1 + 0,3X_2 \leq 2500$$

$$2X_1 + 2,5X_2 \leq 24000$$

$$1,5X_1 + 4X_2 \leq 43200$$

$$2X_1 + 2X_2 \leq 24000$$

$$0,4X_1 + 0,2X_2 \leq 2200.$$

В качестве новой целевой функции используем объем выпуска порошка "Универсал":

$$E = X_1 \rightarrow \max$$

Решив эту задачу симплекс-методом и методом ветвей и границ, получим: $X_1=2027$, $X_2=6946$. Таким образом, следует выпустить 2027 упаковок порошка "Универсал" и 6946 упаковок порошка "Люкс". Прибыль при этом составит 65703 ден.ед., а расход опасного реактива – 2200 кг.

2.4. Задача распределения производственной программы по периодам

При решении такой задачи учитываются следующие основные требования:

- своевременный выпуск продукции в заданных объемах;
- соблюдение ограничений на фонды времени работы оборудования, на запасы сырья и других ресурсов в каждом из периодов;
- ритмичность работы предприятия: выпуск продукции в каждом из плановых периодов, а также расход ресурсов по периодам должен быть равномерным (примерно одинаковым);
- минимизация количества переналадок оборудования.

Постановка задачи распределения производственной программы по периодам может быть сформулирована следующим образом.

Разработана производственная программа, т.е. определены плановые объемы производства M видов изделий на некоторый длительный период (обычно – на год): N_i , $i=1, \dots, M$, где N_i - плановый объем производства i -го изделия, M - ко-

личество видов изделий. Требуется распределить эту производственную программу по промежуточным плановым периодам, т.е. найти величины X_{ik} , $i=1, \dots, M$, $k=1, \dots, R$. Здесь X_{ik} - объем производства i -го изделия в k -м периоде; R - количество периодов. Например, если производственная программа распределяется по неделям, то $R=4$, если по месяцам - $R=12$.

При решении задач объемно-календарного планирования обычно необходимо учитывать следующие ограничения:

- на общий объем выпуска изделий (объем выпуска должен соответствовать производственной программе):

$$\sum_{k=1}^R X_{ik} = N_i, \quad i=1, \dots, M \quad (2.4)$$

- на объем выпуска изделий по отдельным периодам:

$$X_{ik} \geq \underline{N}_{ik}, \quad i=1, \dots, M, k=1, \dots, R \quad (2.5)$$

где \underline{N}_{ik} - минимально необходимый объем выпуска i -го изделия в k -м периоде (например, размер заказов на i -е изделие);

- на время работы оборудования по отдельным периодам:

$$\sum_{i=1}^M T_{ij} \cdot X_{ik} \leq B_{jk}, \quad j=1, \dots, S, k=1, \dots, R \quad (2.6)$$

где T_{ij} - затраты времени работы оборудования j -го вида на производство единицы i -го изделия;

B_{jk} - фонд времени (т.е. максимально возможное время работы) имеющегося оборудования j -го вида в k -м периоде;

S - количество видов оборудования.

В качестве критерия оптимальности при распределении производственной программы по периодам рассмотрим критерий равномерности загрузки оборудования. Смысл этого критерия – в обеспечении примерно одинакового (насколько возможно) времени работы оборудования в каждом из промежуточных плановых периодов. Рассмотрим формулировку этого критерия. Объемы выпуска изделий (N_i , $i=1, \dots, M$), а также затраты времени работы оборудования при выпуске единицы изделия (T_{ij} , $i=1, \dots, M$, $j=1, \dots, S$) заданы. Значит, общие затраты времени каждого вида оборудования на выпуск всех изделий также фиксированы:

они составляют $\sum_{i=1}^M T_{ij} N_i$, $j=1, \dots, S$. Фонды времени работы оборудования

(B_{jk} , $j=1, \dots, S$, $k=1, \dots, R$) также заданы. Поэтому и общий простой оборудования

каждого вида также фиксирован: $\sum_{k=1}^R B_{jk} - \sum_{i=1}^M T_{ij} N_i$. Однако простой оборудования

в отдельные плановые периоды могут быть различными в зависимости от

того, сколько изделий выпускается в соответствующем периоде. Простой оборудования j -го вида в k -м периоде определяется следующим образом:

$B_{jk} - \sum_{i=1}^M T_{ij} X_{ik}$. Значит, если найти такие величины X_{ik} , чтобы ни в одном из пе-

риодов простой оборудования не был слишком длительным, то общий простой оборудования (а значит, и время работы оборудования) окажется равномерно распределенным по всем периодам. Таким образом, критерий равномерности загрузки оборудования можно сформулировать так:

$$E = \max_{j,k} \left| B_{jk} - \sum_{i=1}^M T_{ij} X_{ik} \right| \rightarrow \min . \quad (2.7)$$

При использовании данного критерия определяется такое решение (т.е. значения переменных X_{ik}), чтобы максимальная из величин простоя оборудования за плановый период (разность между фондом времени работы оборудования и его фактическим временем работы) была как можно меньшей. Таким образом, обеспечивается равномерное распределение общего простоя оборудования (а значит, и общего времени его работы) по всем периодам.

Задача распределения производственной программы по периодам формулируется в виде системы ограничений (2.4)-(2.6) и целевой функции (2.7). Система ограничений в этой задаче является линейной, а целевая функция - нелинейной.

Для предприятия, выпускающего изделия бытовой химии, разработана производственная программа. По этой программе предприятие должно в течение четырех недель выпустить 2027 упаковок стирального порошка "Универсал" и 6946 упаковок порошка "Люкс". При этом в течение каждой недели требуется выпускать не менее 200 упаковок порошка "Универсал".

В процессе производства порошков выполняются три операции: очистка сырья, химическая обработка, расфасовка. Затраты времени на эти операции при выпуске одной упаковки порошка каждого вида (в минутах) приведены в таблице 2.1. Сведения об оборудовании, имеющемся на предприятии, и о фонде времени работы оборудования приведены в таблице 2.2.

Таблица 2.2

Вид оборудования	Количество	Фонд времени работы единицы оборудования, ч (по неделям)			
		1-я	2-я	3-я	4-я
Установки для очистки материала	2	50	50	50	50
Установки для химической обработки	3	50	50	50	90
Установки для расфасовки	2	45	45	45	65

Данные в таблице 2.2 означают, например, что предприятие имеет три установки для химической обработки материала. Каждая из этих установок может использоваться для выпуска порошков по 50 часов на первой, второй и третьей неделе, 90 часов – на четвертой неделе.

Требуется распределить производственную программу по неделям, т.е. определить, сколько упаковок порошка каждого вида требуется выпустить на каждой неделе. В качестве критерия оптимальности используется критерий равномерности загрузки оборудования.

Для решения этой задачи введем переменные X_{ik} , $i=1, \dots, 2$, $k=1, \dots, 4$. Здесь, например, X_{11} - выпуск порошка "Универсал" на первой неделе, X_{12} - выпуск порошка "Универсал" на второй неделе, X_{21} - выпуск порошка "Люкс" на первой неделе, и т.д.

Составим систему ограничений.

Ограничения на общий объем выпуска порошков (согласно производственной программе):

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} &= 2027 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} &= 6946. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Ограничения на выпуск порошков по неделям:

$$\begin{aligned} X_{11} &\geq 200 \\ X_{12} &\geq 200 \\ X_{13} &\geq 200 \\ X_{14} &\geq 200. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Приведем ограничения на время работы оборудования по неделям (все значения времени указаны в минутах).

<p>Первая неделя:</p> $\begin{aligned} 2X_{11} + 2,5X_{21} &\leq 6000 \\ 1,5X_{11} + 4X_{21} &\leq 9000 \\ 2X_{11} + 2X_{21} &\leq 5400. \end{aligned}$	<p>Вторая неделя:</p> $\begin{aligned} 2X_{12} + 2,5X_{22} &\leq 6000 \\ 1,5X_{12} + 4X_{22} &\leq 9000 \\ 2X_{12} + 2X_{22} &\leq 5400. \end{aligned}$
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(2.10)

<p>Третья неделя:</p> $\begin{aligned} 2X_{13} + 2,5X_{23} &\leq 6000 \\ 1,5X_{13} + 4X_{23} &\leq 9000 \\ 2X_{13} + 2X_{23} &\leq 5400. \end{aligned}$	<p>Четвертая неделя:</p> $\begin{aligned} 2X_{14} + 2,5X_{24} &\leq 6000 \\ 1,5X_{14} + 4X_{24} &\leq 16200 \\ 2X_{14} + 2X_{24} &\leq 7800. \end{aligned}$
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Здесь, например, первое ограничение для первой недели означает, что установки для очистки материала на этой неделе могут использоваться для производства порошков не более 6000 минут (так как предприятие имеет две таких установки и каждая из них может использоваться в течение 50 часов).

Ограничения, задающие неотрицательность и целочисленность переменных:

$$X_{ik} \geq 0, X_{ik} - \text{целые}, i=1, \dots, 2, k=1, \dots, 4. \quad (2.11)$$

Критерий оптимальности (целевая функция) для данной задачи имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
E = \max & (6000-2X_{11}-2,5X_{21}, 9000-1,5X_{11}-4X_{21}, 5400-2X_{11}-2X_{21}, \\
& 6000-2X_{12}-2,5X_{22}, 9000-1,5X_{12}-4X_{22}, 5400-2X_{12}-2X_{22}, \\
& 6000-2X_{13}-2,5X_{23}, 9000-1,5X_{13}-4X_{23}, 5400-2X_{13}-2X_{23}, \\
& 6000-2X_{14}-2,5X_{24}, 16200-1,5X_{14}-4X_{24}, 7800-2X_{14}-2X_{24}) \rightarrow \min.
\end{aligned}
\tag{2.12}$$

Поясним смысл критерия эффективности для данного примера. Производственная программа задана: требуется выпустить 2027 упаковок порошка "Универсал" и 6946 упаковок "Люкс". Заданы также затраты времени на выпуск одной упаковки (см. таблицу 2.1). Поэтому общие затраты времени на выпуск продукции являются фиксированными: потребуется $2027 \cdot 2 + 6946 \cdot 2,5 = 21419$ мин работы оборудования для очистки материала, $2027 \cdot 1,5 + 6946 \cdot 4 = 30824,5$ мин - для химической обработки, $2027 \cdot 1,5 + 6946 \cdot 4 = 13892$ мин - для расфасовки. Задача состоит в том, чтобы по возможности равномерно распределить это время работы по четырем периодам (неделям). Для этого ищется решение, при котором ни в одном из периодов простой оборудования не будет слишком длительным.

Решим задачу, используя средства табличного процессора Excel. Примерный вид рабочего листа после ввода всех ограничений и целевой функции показан на рисунке 2.1.

Пусть требуется получить решение (т.е. значения переменных X_{ik}) в ячейках В2:Е3. В ячейках В2:Е2 будут получены объемы производства порошка "Универсал" (т.е. значения переменных $X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}$), в ячейках В3:Е3 – объемы производства порошка "Люкс".

В ячейках В6:Д6 введем первое из ограничений (2.8), т.е. ограничение на общий объем выпуска порошка "Универсал". Для этого в ячейку В6 введем левую часть ограничения: =СУММ(В2:Е2). В ячейку С6 введем (для наглядности) знак "=", а в ячейку Д6 – правую часть ограничения (2027). Аналогично в ячейках В7:Д7 зададим ограничение на выпуск порошка "Люкс", т.е. второе из ограничений (2.8).

В ячейках В9:Д9 зададим первое из ограничений (2.9), т.е. ограничение на выпуск порошка "Универсал" на первой неделе. Для этого в ячейку В9 введем левую часть ограничения: =В2. В ячейку С9 введем знак ">=", а в ячейку Д9 – правую часть ограничения (200). Аналогично в ячейках В10:Д10, В11:Д11, В12:Д12 зададим остальные ограничения (2.9).

Чтобы упростить ввод ограничений (2.10), в ячейках G2:I3 введем нормы расхода времени на выпуск порошков, приведенные в таблице 2.1. В ячейках G2:I2 введем нормы расхода времени для порошка "Универсал", в ячейках G3:I3 – для "Люкс".

В ячейках В14:Д14 введем первое из ограничений (2.10), т.е. ограничение на время работы установок для очистки материала на первой неделе. Для этого в ячейку В14 введем формулу левой части ограничения: =СУММПРОИЗВ(В2:В3;G2:G3). В ячейку С14 введем знак "<=", в ячейку

D14 – правую часть ограничения (6000). Аналогично в ячейках B15:D15 и B16:D16 введем остальные ограничения для первой недели.

В ячейках F14:H16 введем ограничения на время работы оборудования на второй неделе, в ячейках B18:D20 – для третьей недели, в ячейках F18:H20 – для четвертой.

Целевая функция в данной задаче достаточно сложная, поэтому не следует пытаться ввести ее в одну ячейку.

Введем в ячейку B22 первый элемент целевой функции (2.12), т.е. формулу для вычисления времени простоя оборудования для очистки материала на первой неделе: =D14-B14. Аналогично в ячейки B23 и B24 введем формулы для вычисления простоев остальных видов оборудования на первой неделе: =D15-B15 и =D16-B16 соответственно (т.е. второй и третий элементы целевой функции (2.12)).

Аналогично введем в ячейки C22:C24, D22:D24 и E22:E24 формулы для вычисления простоев оборудования на второй, третьей и четвертой неделях соответственно.

В ячейку F25 введем формулу для вычисления максимального простоя: =МАКС(B22:E24).

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј	К
1		Решение					Нормы расхода времени по операциям				
2	Универсал						2	1,5	2		
3	Люкс						2,5	4	2		
4											
5	Ограничения на общий объем производства										
6		0	=	2027							
7		0	=	6946							
8	Ограничения на объемы производства по неделям										
9		0	>=	200							
10		0	>=	200							
11		0	>=	200							
12		0	>=	200							
13	Ограничения на время работы оборудования										
14		0	<=	6000		0	<=	6000			
15		0	<=	9000		0	<=	9000			
16		0	<=	5400		0	<=	5400			
17											
18		0	<=	6000		0	<=	6000			
19		0	<=	9000		0	<=	16200			
20		0	<=	5400		0	<=	7800			
21	Целевая функция										
22		6000	6000	6000	6000						
23		9000	9000	9000	16200						
24		5400	5400	5400	7800						
25						16200					

Рисунок 2.1 - Рабочий лист для решения задачи распределения производственной программы по периодам

После ввода всех ограничений и целевой функции требуется выбрать команду Сервис – Поиск решения. В поле Установить целевую указать ячейку с формулой целевой функции: F25. Указать, что целевая функция подлежит минимизации (установить переключатель Равной минимальному значению). В поле Изменяя ячейки указать ячейки, в которых будут получены значения

переменных: В2:Е3. В области Ограничения ввести все ограничения задачи. Указать также ограничения В2:Е3>=0 и В2:Е3 – целое.

Для получения решения нажать кнопку Выполнить. Примерный вид рабочего листа с результатами решения задачи показан на рисунке 2.2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		Решение					Нормы расхода времени по операциям				
2	Универсал	813	507	507	200		2	1,5	2		
3	Люкс	1233	1736	1737	2240		2,5	4	2		
4											
5	Ограничения на общий объем производства										
6		2027	=	2027							
7		6946	=	6946							
8	Ограничения на объемы производства по неделям										
9		813	>=	200							
10		507	>=	200							
11		507	>=	200							
12		200	>=	200							
13	Ограничения на время работы оборудования										
14		4708,5	<=	6000		5354	<=	6000			
15		6151,5	<=	9000		7704,5	<=	9000			
16		4092	<=	5400		4486	<=	5400			
17											
18		5356,5	<=	6000		6000	<=	6000			
19		7708,5	<=	9000		9260	<=	16200			
20		4488	<=	5400		4880	<=	7800			
21	Целевая функция										
22		1291,5	646	643,5	0						
23		2848,5	1295,5	1291,5	6940						
24		1308	914	912	2920						
25						6940					

Рисунок 2.2 - Рабочий лист с результатами решения задачи распределения производственной программы по периодам

Таким образом, для данной задачи получено следующее решение (оно указано в ячейках В2:Е3):

$$\begin{aligned}
 X_{11} &= 813; & X_{12} &= 507; & X_{13} &= 507; & X_{14} &= 200; \\
 X_{21} &= 1233; & X_{22} &= 1736; & X_{23} &= 1737; & X_{24} &= 2240.
 \end{aligned}$$

Это означает, что в течение первой недели следует выпустить 813 упаковок порошка "Универсал" и 1233 упаковки порошка "Люкс"; в течение второй недели – 507 упаковок "Универсал" и 1736 упаковок "Люкс" и т.д.

Целевая функция для данного решения составляет 6940 минут (ячейка F25). В ячейках В22:Е24 вычислены значения простоев для каждой недели и каждого вида оборудования. Например, оборудование для очистки материала на первой неделе простаивает $6000 - 2 \cdot 813 - 2,5 \cdot 1233 = 1291,5$ мин. Максимальный из простоев составляет 6940 мин (в данном примере это простой оборудования для химической обработки на четвертой неделе). Чем меньше эта величина, тем лучше. Выбранное решение обеспечивает минимально возможное значение этой величины.

3. МЕТОДЫ И МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

3.1. Задачи, методы и модели управления запасами

Задачи управления запасами представляют собой важный класс задач, решаемых в АСУ предприятия. Решение этих задач состоит в определении сроков, объемов и источников пополнения запасов сырья, комплектующих и других продуктов, расходуемых в процессе работы предприятия. Критериями оптимальности при решении задач управления запасами обычно являются обеспечение бесперебойного снабжения предприятия продуктами, необходимыми для его работы, и минимизация затрат, связанных с запасами этих продуктов.

Имеется большое количество постановок задач управления запасами. В зависимости от постановок задач, для их решения применяются различные математические методы и модели. Их классификация приведена в таблице 3.1.

Таблица 3.1 - Классификация методов и моделей управления запасами

Признак классификации	Методы и модели управления запасами	Описание
Количество видов запасов	Однопродуктовые	Требуется составить план управления запасом одного продукта
	Многопродуктовые	Требуется составить план управления запасами нескольких продуктов
Степень информированности о параметрах задачи	Детерминированные	Все параметры задачи точно известны
	Вероятностные	Все или некоторые параметры задачи представляют собой случайные величины
Интервал пополнения запасов	Уровневые	Заказ на пополнение запаса оформляется, когда запас снижается до определенного уровня (точка заказа)
	Циклические	Заказ на пополнение запаса оформляется через фиксированные интервалы времени
Постоянство параметров задачи	Статические	Параметры задачи постоянны в течение многих плановых периодов
	Динамические	Параметры задачи различны в разные плановые периоды
Наличие скидки на размер заказа	Со скидкой	Цена продукта, составляющего запас, зависит от количества закупаемого продукта (от размера заказа): чем больше размер заказа, тем ниже цена
	Без скидки	Цена продукта, составляющего запас, не зависит от количества закупаемого продукта

Исходными данными для решения задач управления запасами обычно являются следующие величины:

V – потребность в продукте, т.е. количество продукта (сырья, комплектующих и т.д.), необходимое предприятию в течение единицы времени. Другие названия этой величины – интенсивность расхода запаса, спрос и т.д.;

C – цена продукта, т.е. затраты предприятия на закупку единицы продукта;

K – затраты предприятия, связанные с получением партии продукта и не зависящие от размера этой партии (т.е. от количества поставляемого продукта). Эта величина может представлять собой, например, затраты, связанные с наладкой производственного оборудования для выпуска продукта;

S – затраты предприятия, связанные с хранением единицы продукта в течение единицы времени;

d – потери от дефицита, т.е. потери предприятия, связанные с нехваткой единицы продукта в течение единицы времени. Эти потери могут представлять собой как непосредственные убытки, так и недополученный выигрыш;

θ – срок выполнения заказа, т.е. период времени от момента оформления предприятием заказа на очередную партию продукта до момента получения предприятием заказанной партии.

В некоторых случаях эти величины известны точно, в других - приближенно.

По результатам решения задач управления запасами обычно требуется определить следующие величины:

q – размер партии (размер заказа), т.е. количество продукта, заказываемое предприятием при каждой поставке;

r – точка заказа, т.е. запас продукта, при котором требуется заказывать очередную партию продукта для поставки. Другими словами, когда запас продукта снижается до величины r , предприятие должно заказывать поставку очередной партии продукта;

T – интервал времени между заказами на поставку партий продукта (или между поставками продукта).

M – величина, до которой требуется доводить запас ресурса.

Как исходные данные, так и результаты решения задач управления запасами могут включать и другие величины: необходимый начальный запас (I_0), максимальный уровень запасов на складах предприятия (Y), максимально допустимый уровень дефицита продукта (y) и т.д. Кроме того, управление запасами может включать решение задач прогнозирования потребности в продукте, выбора поставщиков и т.д.

Обобщенный критерий эффективности, используемый при решении задач управления запасами, имеет следующий вид:

$$Z = Z_{\text{приобр}} + Z_{\text{орг}} + Z_{\text{хран}} + P_{\text{деф}}, \quad (3.1)$$

где Z - полные затраты, потери и издержки, связанные с запасами;
 $Z_{\text{приобр}}$ - затраты на приобретение запаса (т.е. на производство или закупку материальных ресурсов, составляющих запас);
 $Z_{\text{орг}}$ - затраты на организацию заказа одной партии ресурсов, составляющих запас;
 $Z_{\text{хран}}$ - затраты на хранение запаса;
 $P_{\text{деф}}$ - потери от дефицита (нехватки) запаса.

Рассмотрим составляющие обобщенного критерия эффективности более подробно.

Затраты на приобретение запаса ($Z_{\text{приобр}}$), как правило, тем больше, чем больше размер запаса. В простейшем случае они определяются как произведение размера запаса на цену единицы материального ресурса, составляющего запас. На величину $Z_{\text{приобр}}$ влияют и другие факторы, например, различия в ценах у разных поставщиков запаса, скидки на размер запаса (снижение цен при закупке ресурсов крупными партиями) и т.д.

Под затратами на организацию заказа ($Z_{\text{орг}}$) понимают затраты, связанные с получением партии запаса (т.е. выпуском или закупкой соответствующих материальных ресурсов), но не зависящие от размера этой партии. Это могут быть, например, затраты на освоение производства изделия, составляющего запас; такие затраты необходимы для того, чтобы начать производство изделия (закупить необходимое для этого оборудование, обучить персонал и т.д.) и не зависят от того, в каком объеме будет выпускаться данное изделие. Другой пример таких затрат – затраты на наладку оборудования, используемого для выпуска партии изделий, составляющих запас. Как правило, чем больше размер партий при производстве или закупке ресурса, тем меньше затраты $Z_{\text{орг}}$.

Затраты на хранение запаса ($Z_{\text{хран}}$), как правило, пропорциональны размеру запаса, а также длительности его хранения. Чем больше размер запаса и чем дольше он хранится, тем больше затраты, связанные с его хранением. Величина $Z_{\text{хран}}$ может включать затраты на содержание складов, их охрану и т.д.

Потери от дефицита ($P_{\text{деф}}$) могут представлять собой, например, недополученную прибыль от заказов, которые не удастся выполнить из-за нехватки ресурсов. Чем больше размер запаса, тем меньше вероятность его нехватки, а значит, и вероятность потерь, связанных с такой нехваткой.

Важно понимать, что все составляющие полных затрат Z взаимосвязаны, и мероприятия по снижению одной составляющей во многих случаях приводят к росту другой. Например, увеличение общего объема запаса приводит к увеличению затрат на его приобретение, организацию и хранение, но снижает потери от дефицита. Увеличение размера партий закупки или производства запаса (при заданном общем объеме запаса) приводит к снижению затрат на организацию запаса, а также к снижению потерь от дефицита, но к увеличению затрат на хранение.

Рассмотрим ряд моделей управления запасами и примеры их применения для решения практических задач.

3.2. Детерминированная однопродуктовая статическая модель управления запасами

Данная модель применяется для решения достаточно несложных задач, когда требуется управлять запасом одного вида. При этом все характеристики за-

паса (интенсивность расхода запаса, цены, затраты на хранение, сроки выполнения заказов и т.д.) известны точно и не изменяются со временем.

В таких условиях имеется возможность планировать заказы на поставку запаса таким образом, чтобы очередная поставка каждый раз выполнялась к моменту полного исчерпания запаса.

Пример 3.1. Предприятию требуется 3000 т лакокрасочных материалов в год. Материалы выпускаются вспомогательным подразделением предприятия. Затраты на производство одной тонны материалов – 160 ден.ед. Затраты на наладку оборудования для выпуска лакокрасочных материалов составляют 300 ден.ед. Затраты на хранение одной тонны лакокрасочных материалов в течение года – 40 ден.ед.

Требуется составить план управления запасом лакокрасочных материалов, при котором общие затраты, связанные с этим запасом, будут минимальными.

Данная задача является детерминированной, так как все параметры задачи (потребность в материалах, затраты и т.д.) точно известны. Данная задача является однопродуктовой, так как в ней требуется управлять одним видом запасов – лакокрасочными материалами. Задача является статической, так как все параметры задачи являются одинаковыми для любого планового периода (например, для любого года). В данной задаче не используется скидка на размер заказа, так как затраты на производство одной тонны материалов постоянны (160 ден.ед. за тонну), независимо от количества выпускаемых лакокрасочных материалов.

Примечание - Характеристика задачи по интервалу пополнения запаса (уровневая или циклическая модель управления запасом) будет рассмотрена ниже.

Введем обозначения: $V=3000$ тонн/год, $C = 160$ ден.ед./т, $K = 300$ ден.ед., $S = 40$ ден.ед./т в год.

Примечание - Следует обратить внимание, что $K=300$ ден.ед. – затраты, связанные с получением (выпуском) партии лакокрасочных материалов, не зависящие от размера этой партии.

Найдем затраты, связанные с запасом лакокрасочных материалов. Другими словами, запишем формулу (3.1) для данной задачи.

Затраты на приобретение материалов (в данном случае – на их производство) составляют $Z_{\text{приобр}} = C V = 160 \cdot 3000 = 48\,000$ ден.ед./год. Следует обратить внимание, что эта величина является фиксированной и не зависит от того, когда и в каком количестве заказываются материалы.

Найдем величину $Z_{\text{орг}}$. Пусть заказы на производство лакокрасочных материалов составляют q тонн. Тогда в течение года потребуется заказать V/q партий. Таким образом, затраты на получение партий лакокрасочных материалов составят $K V/q$ ден.ед./год.

Найдем величину $Z_{\text{хран}}$. Как отмечено выше, будем планировать поставки материалов таким образом, чтобы очередная поставка каждый раз выполнялась к моменту полного исчерпания запаса. Кроме того, будем считать, что поставляется вся заказанная партия одновременно (в размере q тонн). Таким обра-

зом, в момент, когда запас снижается до нуля (т.е. расходуется полностью), поставляется партия лакокрасочных материалов размером q тонн. По мере расходования запаса он будет изменяться от величины q (в момент поставки очередной партии) до нуля (к моменту полного исчерпания запаса). Значит, в среднем запас материалов будет составлять $q/2$ тонн. Затраты на хранение запаса составят $S q/2$.

Потери от дефицита в данном случае будут равны нулю, так как поставки запаса будут планироваться таким образом, чтобы не допускать нехватки лакокрасочных материалов.

Таким образом, общие затраты, связанные с запасом лакокрасочных материалов, будут следующими:

$$Z = C V + K V/q + S q/2. \quad (3.2)$$

Примечание - Следует еще раз обратить внимание, что за счет правильного выбора размера партии (величины q) можно минимизировать второе и третье слагаемые формулы (3.2), т.е. затраты на организацию и хранение запаса. Поэтому, если использовать формулу (3.2) как целевую функцию, подлежащую минимизации, то составляющую $C V$ можно исключить из нее.

Доказано, что общие затраты Z будут минимальны, если размер заказа q определяется по следующей формуле:

$$q = \sqrt{\frac{2KV}{S}}. \quad (3.3)$$

Подставив значения K , V и S , получим $q \approx 212$ т. Таким образом, необходимо заказывать производство материалов партиями по 212 тонн.

Найдем цикл заказа (время, в течение которого заказанная партия будет израсходована):

$$\tau = q/V \quad (3.4)$$

В данном примере $\tau = 212/3000 = 0,07$ года ≈ 25 дней.

Найдем, когда следует заказывать производство материалов. Пусть заказ на выпуск 212 т материалов выполняется вспомогательным подразделением предприятия за 10 дней. Другими словами, интервал между оформлением заказа на лакокрасочные материалы и получением партии таких материалов (в размере $q=212$ т) составляет 10 дней. Таким образом, $\theta=10$ дней = 0,0277 года. Как отмечено выше, поставка должна выполняться к моменту полного исчерпания запаса. Значит, заказ требуется оформлять, когда имеющийся остаток запаса будет достаточным для работы в течение периода θ . Найдем этот остаток (точку заказа):

$$r = \theta V. \quad (3.5)$$

В данном примере $r = 0,0277 \cdot 3000 \approx 83$ т.

Примечание – Определять точку заказа по формуле $r = \theta V$ можно только при условии, что $\theta \leq \tau$, т.е. время, необходимое для выполнения заказа на поставку партии ресурса, не пре-

вышает времени, в течение которого эта партия будет израсходована. В большинстве практических задач это условие выполняется. В примере 3.2 будет рассмотрена задача, где $\theta > \tau$.

Таким образом, требуется оформлять заказ на производство лакокрасочных материалов в размере 212 т, когда запас этих материалов снижается до 83 т.

Найдем необходимый начальный запас лакокрасочных материалов. Он должен быть достаточным для работы предприятия до выполнения первой поставки. Таким образом, начальный запас определяется по формуле:

$$I_0 = \theta V. \quad (3.6)$$

В данном примере $I_0 = 83$ т.

Найдем затраты, связанные с запасами лакокрасочных материалов, по формуле (3.2): $Z = 488\,485$ ден.ед./год.

Примечание – В данной задаче очередной заказ оформляется, когда запас материалов снижается до величины $r=83$ т (точка заказа). Как указано в таблице 3.1, такая модель управления запасами называется уровневой. В то же время интервал между моментами оформления заказов является постоянным и составляет $\tau = 10$ дней; такая модель управления запасами называется циклической (см. таблицу 3.1). Таким образом, модель управления запасами, применяемая в данной задаче, является и уровневой, и циклической.

Пример 3.2. Предприятию требуется 9000 листов металла в год. Стоимость одного листа – 300 ден.ед. Затраты, связанные с оформлением заказа на одну партию листов металла, не зависящие от размера партии, составляют 2000 ден.ед. Затраты на хранение одного листа металла в течение года – 100 ден.ед.

Требуется составить план управления запасом металла, при котором общие затраты, связанные с этим запасом, будут минимальными.

Как и в примере 3.1, для решения данной задачи применяется детерминированная однопродуктовая статическая модель управления запасами (обоснование этой модели – то же, что и в примере 3.1). Здесь $V=9000$ листов/год, $C = 300$ ден.ед./лист, $K = 2000$ ден.ед., $S = 100$ ден.ед./лист в год.

Найдем размер заказа (количество листов в заказываемой партии) по формуле (3.3): $q=600$ листов.

Пусть известно, что заказ на поставку 600 листов металла выполняется за 30 дней. Другими словами, интервал между оформлением заказа на поставку металла и получением партии металла (в размере $q=600$ листов) составляет 30 дней. Таким образом, $\theta=30$ дней = 0,083 года.

Найдем цикл заказа (время, в течение которого заказанная партия будет израсходована): $\tau=q/V = 600/9000 = 0,067$ года ≈ 24 дня.

В данном случае время, необходимое для выполнения заказа на поставку партии металла, составляет 30 дней, а партия расходуется за 24 дня. Таким образом, $\theta > \tau$. В этом случае точка заказа определяется по формуле:

$$r = \theta V - \left[\frac{\theta}{\tau} \right] q. \quad (3.7)$$

Здесь $[\]$ – целая часть.

В данном примере $r=147$ листов.

По формуле (3.6) найдем начальный запас листов металла, необходимый для работы предприятия до выполнения первой поставки (первая поставка выполняется через 30 дней): $I_0 = 0,083 \cdot 9000 = 747$ листов.

Поясним порядок оформления заказов и их выполнения в условиях данной задачи. В начальный момент работы предприятия запас листов металла должен составлять 747 листов. В этот же момент требуется оформлять первый заказ на поставку партии листов металла (заказ будет выполнен через 30 дней). После того, как начальный запас снизится до 147 листов (легко подсчитать, что это произойдет через 24 дня), требуется оформлять второй заказ. Еще через шесть дней (т.е. на 30-й день работы) будет выполнен первый заказ, т.е. поставлено 600 листов металла; к этому моменту начальный запас будет израсходован. Запас, полученный на 30-й день (первая партия), снизится до 147 листов через 18 дней, или на 48-й день работы. В этот момент следует оформлять третий заказ. Еще через шесть дней (т.е. на 54-й день работы) будет выполнен второй заказ, т.е. поставлена вторая партия из 600 листов металла, и т.д. Таким образом, фактически интервал между оформлением заказа и ближайшей поставкой (заказанной ранее) будет составлять шесть дней. Эта величина называется эффективным сроком выполнения заказа ($\theta_{\text{Э}}$) и определяется по формуле:

$$\theta_{\text{Э}} = \theta - \left[\frac{\theta}{\tau} \right] \cdot \tau. \quad (3.8)$$

Таким образом, требуется оформлять заказ на партию листов металла в размере 600 листов, когда запас металла снижается до 147 листов.

Найдем затраты, связанные с запасом листов металла, по формуле (3.2): $Z = 2\,760\,000$ ден.ед./год.

Примечание - Как отмечено выше, в данной задаче время выполнения заказа (θ) превышало время израсходования поставленной партии (τ). На практике такой случай встречается достаточно редко. Во всех последующих примерах будут рассматриваться случаи, когда $\theta < \tau$.

3.3. Модель управления запасами со скидкой на размер заказа

Эта модель применяется в случае, если цена ресурса, составляющего запас, зависит от количества заказываемого ресурса. Как правило, чем больше размер заказа, тем ниже цена. Имеются два вида скидок.

Оптовая скидка. Если ресурс заказывается в количестве $q < Q$ (где Q - уровень установления скидки), то цена ресурса равна C_1 ; при заказе в размере $q \geq Q$ цена составляет C_2 (где $C_2 < C_1$).

Дифференциальная скидка. Если ресурс заказывается в количестве $q \leq Q$, то цена ресурса равна C_1 ; общая стоимость ресурса в этом случае равна $C_1 \cdot q$. Если размер заказа $q > Q$, то цена Q единиц ресурса составляет C_1 ; для остальной

части заказа ($q-Q$) цена равна C_2 (где $C_2 < C_1$). Таким образом, общая стоимость ресурса составляет $C_1 \cdot Q + C_2 \cdot (q-Q)$.

Пример 3.3. Пусть в условиях примера 3.1 затраты на производство одной тонны материалов составляют 160 ден.ед., если размер партии составляет менее 250 т, и 140 ден.ед. – при размере партии 250 т и более.

Требуется составить план управления запасом лакокрасочных материалов, при котором общие затраты, связанные с этим запасом, будут минимальными.

Для решения данной задачи применяется детерминированная однопродуктовая статистическая модель управления запасами (см. пример 3.1). Кроме того, это модель с оптовой скидкой на размер заказа.

Введем обозначения: $V=3000$ тонн/год, $Q=250$ т, $C_1 = 160$ ден.ед./т, $C_2 = 140$ ден.ед./т, $K = 300$ ден.ед., $S = 40$ ден.ед./т в год.

Задачи такого типа решаются следующим образом.

Найдем размер партии без учета скидки по формуле (3.3): $q_1 = 212$ т. Такой размер партии был бы оптимальным, если бы скидок не было.

Если $q_1 > Q$, то оптимальный размер партии найден: $q=q_1$. В данном случае условие $q_1 > Q$ не выполняется, поэтому оптимальный размер партии определяется, как показано ниже.

Определяется вспомогательная величина q_2 путем решения следующего уравнения:

$$C_2 V + \frac{kV}{q_2} + \frac{Sq_2}{2} = C_1 V + \frac{kV}{q_1} + \frac{Sq_1}{2}. \quad (3.9)$$

Составим это уравнение для данной задачи:

$$140 \cdot 3000 + \frac{300 \cdot 3000}{q_2} + \frac{40 \cdot q_2}{2} = 160 \cdot 3000 + \frac{300 \cdot 3000}{212} + \frac{40 \cdot 212}{2}.$$

Выполнив элементарные преобразования, получим квадратичное уравнение:

$$20 \cdot q_2^2 - 68485,28 \cdot q_2 + 900000 = 0.$$

Решив его, получим: $q_2 = 13,19$ или 3411 . Используем значение $q_2 > q_1$. Таким образом, $q_2 = 3411$.

Размер партии (q) определяется следующим образом: если выполняется условие $q_1 \leq Q < q_2$, то $q=Q$; в других случаях $q=q_1$.

В данном примере условие $q_1 \leq Q < q_2$ выполняется ($212 \leq 250 < 3411$). Значит, $q=Q=250$ т. Таким образом, необходимо заказывать производство лакокрасочных материалов партиями по 250 тонн.

Остальные величины определяются так же, как и для модели управления запасами без скидки.

Пусть заказ на выпуск 250 т материалов выполняется за 12 дней ($\theta=12$ дней = 0,033 года).

По формуле (3.4) найдем цикл заказа: $\tau = 250/3000 = 0,083$ года ≈ 30 дней.

Так как $\theta \leq \tau$, найдем точку заказа по формуле (3.5): $r = 0,033 \cdot 3000 = 100$ т.

Таким образом, требуется оформлять заказ на производство лакокрасочных материалов в размере 250 т, когда запас этих материалов снижается до 100 т.

По формуле (3.6) найдем начальный запас материалов $I_0 = 100$ т.

По формуле (3.2) найдем затраты, связанные с запасами лакокрасочных материалов (для $C=C_2=140$ ден.ед./тонну, так как размер заказа составляет $q=250$ т): $Z = 428\ 600$ ден.ед./год.

Как видно, по сравнению с примером 3.1 затраты снизились. Снижение достигнуто за счет скидки.

3.4. Многопродуктовые модели управления запасами

Многопродуктовые модели управления запасами применяются в случаях, когда требуется определять размеры и сроки поставок нескольких видов ресурсов.

Рассмотрим решение одной из таких задач – управление запасами нескольких видов ресурсов при ограничении на общую вместимость склада.

Пусть требуется размещать на складе запасы ресурсов n видов. Для каждого ресурса известны: расход ресурса в единицу времени (V_i), затраты на получение партии ресурса, не зависящие от размера этой партии (K_i), затраты на хранение единицы ресурса в течение единицы времени (S_i), а также складская площадь, необходимая для хранения единицы ресурса (F_i), $i=1, \dots, n$. Известна также общая площадь склада (F).

Требуется найти размеры партий поставок ресурсов каждого вида (q_i , $i=1, \dots, n$), обеспечивающие минимальные затраты, связанные с запасом ресурсов.

При решении данной задачи будем считать, что заказы на поставку ресурсов выполняются мгновенно, т.е. время выполнения заказа равно нулю ($\theta=0$). Такое допущение возможно, например, если ресурсы доставляются с некоторого другого склада, расположенного поблизости.

Примечания

1 Если учитывать, что время выполнения заказа не равно нулю, то решение задачи значительно усложняется, и определение точного оптимального решения оказывается невозможным. Такую задачу требуется решать методами имитационного моделирования, не рассматриваемыми в данном пособии.

2 Как показано в подразд.3.2, в задачах, где отсутствует скидка на размер заказа, затраты на приобретение ресурсов ($Z_{\text{приобр}}$) являются фиксированными; они определяются как произведение цены ресурса (C) на его расход (V) и не зависят от того, когда и в каком коли-

честве закупается данный ресурс. Другими словами, при отсутствии скидок на размер заказа минимизировать величину $Z_{\text{приобр}}$ невозможно. Поэтому цена ресурса (C) не указана в качестве обязательных исходных данных для решения рассматриваемой задачи.

Запишем выражение общих затрат, связанных с запасами ресурсов. Затраты, связанные с каждым ресурсом, можно записать по формуле (3.2). Величину $Z_{\text{приобр}}=CV$ в эту формулу включать не будем (см. примечание выше). Общие затраты, связанные со всеми видами ресурсов, представляют собой сумму затрат, связанных с каждым из ресурсов:

$$Z = \sum_{i=1}^n \left(\frac{K_i V_i}{q_i} + \frac{S_i q_i}{2} \right). \quad (3.10)$$

Требуется также учесть ограничение на вместимость склада:

$$\sum_{i=1}^n F_i q_i \leq F. \quad (3.11)$$

Требуется найти значения q_i , $i=1, \dots, n$, при которых величина Z будет минимальной.

Таким образом, задача определения размеров партий ресурсов представляет собой задачу нелинейного программирования с целевой функцией (3.10), подлежащей минимизации, и ограничением (3.11), а также с ограничениями на неотрицательность размеров партий ($q_i \geq 0$, $i=1, \dots, n$).

Пример 3.4. В цехе используется серная, соляная и азотная кислота. Потребности цеха в кислоте каждого вида, связанные с ними затраты, а также размеры складских площадей, необходимых для хранения кислот, приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2

Кислота	Потребность, т/день	Стоимость, ден.ед./т	Затраты на организацию заказа, ден.ед.	Затраты на хранение, ден.ед./т в день	Площадь, для хранения, м ² /т
Серная	2	400	100	30	20
Соляная	4	600	50	10	25
Азотная	4	450	150	20	15

Это означает, например, что цех расходует 2 т серной кислоты в день. Стоимость одной тонны серной кислоты – 400 ден.ед. Затраты на организацию заказа партии серной кислоты (не зависящие от ее размера) составляют 100 ден.ед. Затраты на хранение одной тонны серной кислоты на складе в течение дня составляют 30 ден.ед. Площадь, необходимая для хранения одной тонны серной кислоты, составляет 20 м².

Общая площадь склада, которую можно использовать для хранения кислот, составляет 500 м².

Требуется найти размеры партий поставок кислот каждого вида, обеспечивающие минимальные затраты, связанные с запасом кислот.

Для решения данной задачи используем многопродуктовую детерминированную статическую модель управления запасами с ограничением на вместимость склада.

Обозначим размеры партий кислот как q_1, q_2, q_3 . Для решения задачи построим математическую модель (3.10), (3.11):

$$Z = \frac{100 \cdot 2}{q_1} + \frac{30q_1}{2} + \frac{50 \cdot 4}{q_2} + \frac{10q_2}{2} + \frac{150 \cdot 4}{q_3} + \frac{20q_3}{2} \rightarrow \min$$

$$20q_1 + 25q_2 + 15q_3 \leq 500$$

$$q_i \geq 0, i=1, \dots, 3.$$

Решив эту задачу (например, с помощью Excel), получим: $q_1 = 3,7, q_2 = 6,3, q_3 = 7,7, Z = 327,7$. Таким образом, для обеспечения минимальных затрат требуется заказывать серную кислоту партиями по 3,7 т, соляную – по 6,3 т, азотную – по 7,7 т. Затраты на организацию заказов и хранение кислот составят 327,7 ден.ед. в день.

Затраты на приобретение кислот составят $400q_1 + 600q_2 + 450q_3 = 8725$ ден.ед. в день. Таким образом, общие затраты, связанные с запасами кислот, составят 9052,7 ден.ед. в день.

3.5. Вероятностные модели управления запасами

Вероятностные модели управления запасами применяются в случаях, когда некоторые из величин, которые необходимо учитывать при решении задачи (расход ресурса, цены, сроки выполнения заказов и т.д.) не могут быть точно известны заранее.

Важно понимать, что в таких задачах, как правило, невозможно найти решение, которое бы полностью исключало дефицит ресурса. Даже если можно найти решение, при котором дефицит будет практически невозможен, такое решение часто оказывается нецелесообразным, так как требует чрезмерно больших запасов ресурса.

Задачи, связанные с вероятностными моделями управления запасами, обычно достаточно сложны. Их не всегда можно решить аналитическими методами. Во многих случаях для решения таких задач требуется применять методы имитационного моделирования, например, метод Монте-Карло. Решение таких задач в данном пособии не рассматривается.

Различают два подхода к решению вероятностных задач управления запасами:

– обеспечение заданного уровня обслуживания: план управления запасами составляется таким образом, чтобы затраты, связанные с запасами, были

минимальны, и при этом вероятность дефицита не превышала некоторой малой величины (обычно – 5-10%). Другими словами, в таких задачах рассматриваются решения, при которых вероятность дефицита не превышает заданной величины, и из них отбирается решение с минимальными затратами. Таким образом решаются, например, задачи, в которых дефицит непосредственно не приносит убытка, или невозможно получить точные оценки такого убытка;

– обеспечение минимальных суммарных затрат : план управления запасами составляется таким образом, чтобы затраты, связанные с запасами, были минимальны. В таких задачах выбирается решение с минимальными затратами, даже если вероятность дефицита при этом оказывается достаточно высокой. Таким образом обычно решаются задачи, в которых потери от дефицита известны. В таких задачах из практических соображений также могут устанавливаться ограничения на вероятность дефицита (например, требование о том, чтобы вероятность дефицита не превышала 50%).

Для решения вероятностных задач управления запасами (как в задачах обеспечения заданного уровня обслуживания, так и в задачах обеспечения минимальных суммарных затрат) применяются две модели управления запасами:

– уровневая модель (уровневая система заказов): заказ на пополнение запаса оформляется, когда запас снижается до определенного уровня (точка заказа);

– циклическая модель (циклическая система заказов): заказ на пополнение запаса оформляется через фиксированные интервалы времени.

Примечание – В детерминированных задачах управления запасами, рассмотренных в подразд. 3.2-3.4, использовались модели управления запасами, которые были одновременно и уровневыми, и циклическими: так как расход ресурса был постоянным и точно известным, снижение запаса ресурса до определенного уровня (точка заказа) всегда происходило за определенный постоянный интервал времени. Для вероятностных задач решения, полученные с использованием уровневой и циклической модели, как правило, различны.

Как отмечено выше, вероятностные задачи управления запасами достаточно сложны. Поэтому в данном пособии рассматриваются только задачи с одним видом ресурсов и с параметрами, не изменяющимися во времени (т.е. представляющими собой постоянные величины или случайные величины, распределенные в любом периоде времени по одному и тому же закону). Другими словами, все рассматриваемые ниже задачи решаются на основе однопродуктовых статистических моделей.

3.5.1. Решение задач управления запасами с использованием вероятностных уровневых моделей

Пример 3.5. В работе предприятия используются некоторые детали. Потребность предприятия в деталях представляет собой случайную величину, распределенную по гауссовскому закону. В среднем потребность в деталях составляет 80 шт./день, стандартное отклонение – 10 шт./день. Цена одной детали составляет 2 ден.ед. Затраты, связанные с хранением одной детали в течение года, составляют 0,1 ден.ед. Затраты, связанные с получением одной партии де-

талей (не зависящие от размера партии), составляют 25 ден.ед. Срок выполнения заказа – 6 дней.

На предприятии предполагается заказывать очередную партию деталей при снижении запаса до определенного (фиксированного) уровня.

Требуется составить план управления запасом деталей, при котором общие затраты, связанные с запасом, будут минимальны, и при этом вероятность нехватки деталей не будет превышать 5%.

Данная задача является вероятностной, так как один из важнейших параметров задачи – потребность в деталях – является случайной величиной. Данная задача является однопродуктовой, так как в ней требуется составить план управления запасом деталей одного типа (а не нескольких). Задача является статической, так как параметры задачи предполагаются одинаковыми для любого планового периода (например, для любого дня или любого года). В данной задаче не используется скидка на размер заказа: цена одной детали составляет 2 ден.ед., независимо от количества закупаемых деталей.

Примечание - Важно понимать, что постоянным здесь является среднее значение потребности в деталях (80 шт/день). Конкретные значения потребности в деталях в различные дни являются различными, так как из постановки задачи известно, что потребность в деталях является случайной величиной. Можно лишь утверждать, что, согласно правилу “трех сигм”, потребность в деталях практически всегда (примерно в 99,7% случаев) будет составлять от 50 до 110 шт/день ($80-3 \cdot 10=50$, $80+3 \cdot 10=110$).

Введем обозначения. В данной задаче $V=80$ шт/день = 28 800 шт/год, $C=2$ ден.ед., $K=25$ ден.ед., $S=0,1$ ден.ед./год.

План управления запасом деталей необходимо составить таким образом, чтобы минимизировать общие затраты, связанные с запасом деталей. Эти затраты включают:

– затраты на приобретение деталей. Расход деталей составляет в среднем 80 шт/день, или $360 \cdot 80=28\,800$ шт./год. Таким образом, затраты на их приобретение составят $2 \cdot 80=160$ ден.ед./день, или $2 \cdot 28\,800=57\,600$ ден.ед./год. Эта величина не зависит от того, когда и в каком количестве будут закупаться детали;

– затраты, связанные с партиями деталей. Затраты на получение одной партии, независимо от ее размера, составляют 25 ден.ед. Чем крупнее размер партии закупаемых деталей, тем меньше партий деталей потребуется закупить в течение года и тем меньше будут затраты, связанные с партиями деталей;

– затраты на хранение деталей. Чем крупнее размер партии закупаемых деталей, тем больше деталей потребуется хранить на складах предприятия и тем большую величину составят затраты на их хранение.

В постановке задачи не указаны потери от дефицита деталей. Очевидно, что в случае нехватки деталей предприятие будет нести потери. Однако определить такие потери (например, указать, какими конкретно будут потери от нехватки одной детали) может быть достаточно сложно. Поэтому задача решается таким образом, чтобы обеспечить заданный уровень обслуживания, т.е. составляется такой план управления запасами деталей, чтобы затраты, связанные с

запасами, были минимальны, и при этом вероятность дефицита не превышала 5%.

Согласно постановке задачи, для ее решения требуется использовать уровневую модель, т.е. заказывать очередную партию деталей при снижении запаса до определенного (фиксированного) уровня.

Составление плана управления запасами в данном случае состоит в определении размера партии заказа (q) и точки заказа (r).

Размер партии заказа, при котором затраты будут минимальными, определяется по формуле (3.3):

$$q = \sqrt{\frac{2KV}{S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 \cdot 28\,800}{0,1}} = 3795 \text{ шт.}$$

Таким образом, размер партии деталей, заказываемой предприятием, будет составлять 3795 шт.

Пусть заказ на поставку 3795 деталей выполняется за 6 дней ($\theta = 6$ дней).

Доказано, что в задачах, где расход ресурса представляет собой случайную величину, распределенную по гауссовскому закону, точка заказа (r), обеспечивающая соблюдение ограничения на вероятность дефицита, определяется путем решения уравнения:

$$U_{1-\alpha} = \frac{r - V_{\theta}}{\sigma_{\theta}}, \quad (3.12)$$

- где α - допустимая вероятность дефицита (в данном примере $\alpha=0,05$);
 $U_{1-\alpha}$ - квантиль гауссовского распределения;
 V_{θ} - среднее значение расхода ресурса за период выполнения поставки;
 σ_{θ} - стандартное отклонение расхода ресурса за период выполнения поставки.

Найдем величины V_{θ} и σ_{θ} . Так как потребность в деталях в течение одного дня представляет собой случайную величину, распределенную по гауссовскому закону со средним значением (математическим ожиданием) $V=80$ шт., потребность в деталях в течение шести дней также можно считать случайной величиной, распределенной по гауссовскому закону, со средним значением $V_{\theta} = 6 \cdot 80 = 480$ шт. Это значит, что фактическая потребность в деталях за период θ может с вероятностью 50% составлять менее 480 шт. и с такой же вероятностью превышать 480 шт.

Найдем стандартное отклонение потребности в деталях за период выполнения заказа (эта величина потребуется для дальнейших расчетов). Стандартное отклонение потребности в деталях за один день составляет $\sigma=10$ шт. Значит, дисперсия этой случайной величины составляет $D = \sigma^2 = 100$ шт². Дисперсию потребности в деталях за период θ можно считать равной $D_{\theta} = \theta \cdot D = 6 \cdot 100 =$

$=600 \text{ шт.}^2$. Таким образом, стандартное отклонение потребности в деталях за период θ составляет $\sigma_\theta = \sqrt{D_\theta} = \sqrt{600} = 24,5 \text{ шт.}$

Найдем квантиль гауссовского распределения $U_{1-\alpha}$. Так как в данном примере $\alpha=0,05$, находим квантиль $U_{0,95}$. Эту величину можно определить по таблицам гауссовского распределения или с помощью табличного процессора Excel, используя функцию НОРМСТОБР с аргументом Вероятность: 0,95. Воспользовавшись этой функцией, получим $U_{1-\alpha} = U_{0,95} = 1,645$.

Подставив значения $U_{1-\alpha}$, V_θ и σ_θ в формулу (3.12) и выразив из нее r , получим: $r \approx 520 \text{ шт.}$

Таким образом, требуется заказывать 3795 деталей, когда их запас снижается до 520 шт.

Примечание – Определять точку заказа по уравнению (3.12) можно только при условии, что $\theta \leq \tau$, где τ – среднее время расхода поставленной партии, т.е. время, необходимое для выполнения заказа на поставку партии ресурса, не превышает среднего времени, в течение которого эта партия будет израсходована. В данной задаче $\tau = 3795/80 \approx 47$ дней, $\theta = 6$ дней. Таким образом, в данной задаче (как и в большинстве практических задач) условие $\theta \leq \tau$ выполняется.

Найдем средние годовые затраты, связанные с запасом деталей. Найдем сначала составляющие этих затрат:

– затраты на приобретение деталей:

$$Z_{\text{приобр}} = C \cdot V = 2 \cdot 28\,800 = 57\,600 \text{ ден.ед./год};$$

– затраты на организацию заказов:

$$Z_{\text{орг}} = K \frac{V}{q} = 25 \cdot \frac{28\,800}{3795} = 189,72 \text{ ден.ед./год};$$

– затраты на хранение деталей:

$$Z_{\text{хран}} = S \left(\frac{q}{2} + r - V_\theta \right) = 0,1 \left(\frac{3795}{2} + 520 - 480 \right) = 193,75 \text{ ден.ед./год.}$$

Таким образом, средние годовые затраты, связанные с запасом деталей, составят:

$$Z = Z_{\text{приобр}} + Z_{\text{орг}} + Z_{\text{хран}} = 57\,983,47 \text{ ден.ед./год.}$$

Примечание - Затраты на приобретение ресурсов и на организацию заказов вычисляются так же, как и в задачах с детерминированными моделями управления запасами (см. подразд.3.2 – 3.4). Это связано с тем, что, хотя расход деталей в течение каждого года (и каждого дня) является различным, для вычисления средних затрат используется средний расход, составляющий 28 800 шт./год, или 80 шт./день. Формула для расчета затрат на хранение ($Z_{\text{хран}}$) приведена здесь без вывода.

Найдем также вероятность возникновения дефицита при полученном плане управления запасом деталей. Дефицит возникнет, если потребность в деталях за период выполнения заказа ($\theta=6$ дней) превысит 520 шт. Как показано

выше, эта потребность представляет собой гауссовскую случайную величину с математическим ожиданием 480 и стандартным отклонением 24,5. Используя Excel, найдем вероятность того, что эта величина не превысит 520 шт. Для этого воспользуемся функцией НОРМРАСП с аргументами X: 520, Среднее: 480, Стандартное_откл: 24,5, Интегральный: 1. Будет получен результат 0,95. Таким образом, вероятность дефицита составит $1 - 0,95 = 0,05$, что соответствует постановке задачи.

Пример 3.6. Пусть в условиях примера 3.5 известно, что потери от нехватки одной детали в течение года составляют 0,4 ден.ед.

В данной задаче известны потери от дефицита деталей (обозначим их как d): $d=0,4$ ден.ед./год. Таким образом, имеется возможность составлять план управления запасами, обеспечивающий минимизацию суммарных затрат (включая все затраты, связанные с получением и хранением деталей, а также потери от их дефицита).

Как и в примере 3.5, здесь используется уровневая модель управления запасами. Поэтому составление плана управления запасами состоит в определении размера партии заказа (q) и точки заказа (r).

Размер партии заказа определяется, как и в примере 3.5: $q=3795$ шт. Будем считать, что такой заказ выполняется за 6 дней ($\theta = 6$ дней).

Чтобы определить точку заказа (т.е. остаток запаса к моменту оформления заказа на очередную партию деталей), проанализируем возможные значения потребности в деталях за период выполнения заказа.

Как показано в примере 3.5, потребность в деталях за период выполнения заказа - случайная величина, распределенная по гауссовскому закону, с математическим ожиданием (средним значением) $V_\theta = 480$ шт. и стандартным отклонением $\sigma_\theta = 24,5$ шт. Будем считать, что точка заказа должна быть не меньше средней потребности в деталях за срок выполнения заказа, т.е. 480 шт. В противном случае вероятность нехватки деталей будет превышать 50%, что явно недопустимо.

Проанализируем возможные значения потребности в деталях за срок выполнения заказа (т.е. за $\theta=6$ дней), превышающие среднюю потребность. Рассмотрим возможные значения потребности в деталях, превышающие среднюю потребность, с шагом 20 шт. (для более точного решения можно использовать меньший шаг).

Найдем, например, вероятность того, что фактическая потребность в деталях за период θ (будем обозначать эту величину как X) составит от 480 до 500 шт. Из теории вероятностей известно, что эту вероятность можно найти следующим образом: $P(480 < X < 500) = P(X < 500) - P(X < 480)$. Закон распределения случайной величины X известен: это гауссовская случайная величина с математическим ожиданием 480 и стандартным отклонением 24,5. Поэтому вероятности $P(X < 500)$ и $P(X < 480)$ легко определить с помощью таблиц гауссовского

(нормального) распределения или с помощью средств табличного процессора Excel.

Найдем с помощью Excel вероятность $P(X < 500)$, т.е. вероятность того, что потребность в деталях за период выполнения заказа не превысит 500 шт. Для этого воспользуемся функцией НОРМРАСП с аргументами X: 500, Среднее: 480, Стандартное_откл: 24,5, Интегральный: 1. Будет получен результат 0,7928.

Вероятность $P(X < 480)$ равна 0,5, так как 480 – математическое ожидание анализируемой гауссовской случайной величины. В этом легко убедиться, воспользовавшись функцией НОРМРАСП с аргументами X: 480, Среднее: 480, Стандартное_откл: 24,5, Интегральный: 1.

Таким образом, вероятность того, что фактическая потребность в деталях за период θ составит от 480 до 500 шт., равна $P(480 < X < 500) = 0,7928 - 0,5 = 0,2928$.

Аналогично найдем вероятности того, что потребность в деталях будет принимать значения из других диапазонов. Эти величины сведены в таблицу 3.3.

Таблица 3.3

Диапазон значений потребности в деталях X, (a; b)	(480; 500)	(500; 520)	(520; 540)	(540; 560)	(560; 580)
Вероятность, $P(a < X < b)$	0,2928	0,1559	0,0441	0,0066	0,0005

Вероятность того, что потребность в деталях превысит 580 шт., близка к нулю.

Для упрощения расчетов вместо интервалов значений потребности в деталях будем рассматривать средние значения этих интервалов. Будем считать, что потребность в деталях может принимать значение 490 шт. с вероятностью 0,2928, значение 510 шт. – с вероятностью 0,1559, и т.д. Эти значения приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4

Потребность в деталях X, шт.	490	510	530	550	570
Вероятность	0,2928	0,1559	0,0441	0,0066	0,0005

Рассмотрим возможные значения точки заказа r . Как показано выше, она должна составлять не менее 480 шт.

Предположим, что точка заказа $r=490$ (т.е. новая партия деталей заказывается, когда на предприятии остается 490 деталей). Заказ будет выполнен за время $\theta=6$ дней. Дефицит возникнет, если потребность в деталях за этот период составит свыше 490 шт. При выполнении расчетов будем предполагать, что потребность в деталях, превышающая 490 шт., может составлять $X=510, 530, 550$ или 570 шт. Вероятности этих значений указаны в табл.2.3. Дефицит определяется как $X-r = X-490$ шт. Таким образом, будем считать, что дефицит может

принимать значения 20 шт. (с вероятностью 0,1559), 40 (с вероятностью 0,0441), 60 (с вероятностью 0,0066) или 80 шт. (с вероятностью 0,0005).

Найдем средний дефицит (математическое ожидание дефицита) при каждой поставке партии деталей:

$$y_1 = 20 \cdot 0,1559 + 40 \cdot 0,0441 + 60 \cdot 0,0066 + 80 \cdot 0,0005 = 5,32 \text{ шт.}$$

Это означает следующее: если при имеющейся на предприятии потребности в деталях и имеющихся условиях поставок заказывать новую партию деталей, когда на предприятии остается 490 деталей, то дефицит деталей при каждой поставке будет составлять в среднем 5,32 шт. Конечно, при каждой конкретной поставке дефицит может оказаться как больше, так и меньше найденной величины.

Так как годовая потребность в деталях составляет в среднем $V=28\ 800$ шт., а размер партии – $q=3795$ шт. (см. выше), в течение года потребуется в среднем $N = V/q = 28\ 800/3795=7,59$ поставок (партий). Значит, средний дефицит за год составит $y=N \cdot y_1=7,59 \cdot 5,32=40,4$ шт.

Найдем составляющие средних годовых затрат, связанных с запасом деталей:

– затраты на приобретение деталей:

$$Z_{\text{приобр}} = C \cdot V = 2 \cdot 28\ 800 = 57\ 600 \text{ ден.ед./год};$$

– затраты, связанные с партиями деталей:

$$Z_{\text{орг}} = K \frac{V}{q} = 25 \cdot \frac{28\ 800}{3795} = 189,72 \text{ ден.ед./год};$$

– затраты на хранение деталей:

$$Z_{\text{хран}} = S \left(\frac{q}{2} + r - V_{\theta} \right) = 0,1 \left(\frac{3795}{2} + 490 - 480 \right) = 190,75 \text{ ден.ед./год};$$

– потери от дефицита деталей:

$$P_{\text{деф}} = d \cdot y = 0,4 \cdot 40,4 = 16,16 \text{ ден.ед./год.}$$

Таким образом, средние годовые затраты, связанные с запасом деталей, составят:

$$Z = Z_{\text{приобр}} + Z_{\text{орг}} + Z_{\text{хран}} + P_{\text{деф}} = 57\ 996,63 \text{ ден.ед./год.}$$

Рассмотрим другое возможное значение точки заказа: $r=510$ (т.е. новая партия деталей заказывается, когда на предприятии остается 510 деталей). Дефицит возникнет, если потребность в деталях за период выполнения заказа ($\theta = 6$ дней) составит свыше 510 шт. Будем считать (см. таблицу 4.3), что дефицит может принимать значения 20 шт. (с вероятностью 0,0441), 40 (с вероятностью 0,0066) или 60 шт. (с вероятностью 0,0005).

Средний дефицит при каждой поставке партии деталей:

$$y_1 = 20 \cdot 0,0441 + 40 \cdot 0,0066 + 60 \cdot 0,0005 = 1,18 \text{ шт.}$$

Средний дефицит за год: $y=N \cdot y_1=7,59 \cdot 1,18=8,94$ шт.

Средние годовые затраты, связанные с запасом деталей:

$$Z_{\text{приобр}} = C \cdot V = 2 \cdot 28\,800 = 57\,600 \text{ ден.ед./год};$$

$$Z_{\text{орг}} = K \frac{V}{q} = 25 \cdot \frac{28\,800}{3795} = 189,72 \text{ ден.ед./год};$$

$$Z_{\text{хран}} = S \left(\frac{q}{2} + r - V_{\theta} \right) = 0,1 \left(\frac{3795}{2} + 510 - 480 \right) = 192,75 \text{ ден.ед./год};$$

$$P_{\text{деф}} = d \cdot y = 0,4 \cdot 8,94 = 3,58 \text{ ден.ед./год}.$$

$$Z = Z_{\text{приобр}} + Z_{\text{орг}} + Z_{\text{хран}} + P_{\text{деф}} = 57\,986,05 \text{ ден.ед./год}.$$

Аналогично выполним расчеты для других возможных значений точки заказа. Результаты приведены в таблице 3.5.

Таблица 3.5

Точка заказа r , шт.	490	510	530	550	570
Средние годовые затраты Z , ден.ед./год	57 996,63	57 986,05	57 984,94	57 986,50	57 988,47

Таким образом, затраты, связанные с запасом, принимают минимальное значение при точке заказа $r=530$ шт. Значит, решение задачи управления запасом деталей состоит в следующем: требуется заказывать партию деталей в количестве 3795 шт., когда запас деталей на предприятии снижается до 530 шт. Средние годовые затраты, связанные с запасом деталей, составят 57 984,94 ден.ед./год.

Найдем вероятность возникновения дефицита при полученном плане управления запасом деталей. Дефицит возникнет, если потребность в деталях за период выполнения заказа ($\theta=6$ дней) превысит 530 шт. Как показано выше, эта потребность представляет собой гауссовскую случайную величину с математическим ожиданием 480 и стандартным отклонением 24,5. Используя Excel, найдем вероятность того, что эта величина не превысит 530 шт. Для этого воспользуемся функцией НОРМРАСП с аргументами X : 530, Среднее: 480, Стандартное_откл: 24,5, Интегральный: 1. Будет получен результат 0,9794. Таким образом, вероятность дефицита составит $1 - 0,9794 = 0,0206$.

3.5.2. Решение задач управления запасами с использованием вероятностных циклических моделей

Решение задач с использованием циклических моделей управления запасами значительно сложнее, чем для уровневых моделей. Точное решение для таких задач можно найти лишь при выполнении ряда условий. В других случаях требуется определять приближенное решение, используя метод Монте-Карло.

Для задач обеспечения заданного уровня обслуживания с использованием циклической модели аналитическое решение возможно при условии, что срок выполнения заказа равен нулю ($\theta=0$). Это возможно, например, при планировании запасов в цехе, когда поставка выполняется с центрального склада предприятия и поэтому занимает немного времени.

Пример 3.7. Пусть в условиях примера 3.5 предполагается заказывать детали через определенные (постоянные) периоды времени, каждый раз пополняя запас деталей до определенного уровня.

Требуется составить план управления запасом деталей, при котором общие затраты, связанные с запасом, будут минимальны, а вероятность дефицита деталей не будет превышать 5%.

Как видно из постановки задачи, в данном случае применяется циклическая модель управления запасами. Поэтому составление плана управления запасами состоит в определении интервала времени между заказами (T) и величины, до которой требуется каждый раз доводить запас деталей (M).

Все обозначения, используемые при решении задачи, приведены в примере 3.5.

Интервал между заказами находится по формуле:

$$T = \sqrt{\frac{2K}{SV}}. \quad (3.13)$$

В данном примере $T = \sqrt{(2 \cdot 25) / (0,1 \cdot 28800)} = 0,13$ года ≈ 47 дней.

Величина M , до которой требуется доводить запас ресурса, находится из следующего уравнения:

$$U_{1-\alpha} = \frac{M - V_T}{\sigma_T}, \quad (3.14)$$

где α - допустимая вероятность дефицита (в данном примере $\alpha=0,05$);
 $U_{1-\alpha}$ - квантиль гауссовского распределения;
 V_T - среднее значение расхода ресурса за период между поставками;
 σ_T - стандартное отклонение расхода ресурса за период между поставками.

Найдем величины V_T и σ_T аналогично тому, как показано в примере 3.5:

$$V_T = T \cdot V = 47 \cdot 80 = 3760 \text{ шт.};$$

$$D_T = T \cdot D = 6 \cdot 100 = 4700 \text{ шт}^2;$$

$$\sigma_T = \sqrt{D_T} = \sqrt{4700} = 68,6 \text{ шт.}$$

Найдем квантиль гауссовского распределения $U_{1-\alpha}$ (например, с помощью функции НОРМСТОБР в Excel): $U_{1-\alpha} = U_{0,95} = 1,645$.

Подставив значения $U_{1-\alpha}$, V_T и σ_T в формулу (3.14) и выразив из нее M , получим: $M \approx 3873$ шт.

Таким образом, план управления запасами деталей состоит в следующем: требуется через каждые 47 дней заказывать детали в таком количестве, чтобы довести их запас до 3873 шт. Например, если к моменту оформления заказа (т.е. через 47 дней после предыдущего заказа) остаются неиспользованными 200 деталей, то необходимо заказать 3673 детали, чтобы довести запас до 3873 деталей.

Постановка задачи обеспечения минимальных общих затрат с использованием циклической модели управления запасами следующая. Пусть расход некоторого ресурса в течение определенного периода (например, в течение дня или месяца) представляет собой случайную величину, заданную плотностью распределения $f(x)$. В начале каждого периода запас ресурса доводится до некоторой величины M . Если в некотором периоде спрос оказывается неудовлетворенным на u единиц ресурса (возникает дефицит в размере u), то в следующем периоде необходимо не только довести запас до величины M , но и возместить дефицит в размере u . Заказ на поставку ресурса выполняется сразу ($\theta=0$). Затраты на организацию заказа равны нулю ($K=0$). Известны затраты на хранение единицы ресурса в течение периода (S) и потери от нехватки единицы ресурса в течение периода (d). Требуется найти, до какой величины (M) требуется доводить запас ресурса в начале каждого периода, чтобы общие затраты, связанные с запасом, были минимальными.

Для рассматриваемой задачи формула суммарных затрат (3.1) имеет следующий вид:

$$Z = Z_{\text{приобр}} + Z_{\text{хран}} + P_{\text{деф}}, \quad (3.15)$$

Затраты на организацию заказов ($Z_{\text{орг}}$) равны нулю, так как $K=0$. Кроме того, как и в большинстве задач, где отсутствует скидка на размер заказа, величину $Z_{\text{приобр}}$ можно считать постоянной и равной $C \cdot V$, где C – цена единицы ресурса, V – средний расход ресурса в течение периода (математическое ожидание случайной величины, заданной плотностью распределения $f(x)$). Поэтому план управления запасами составляется в данной задаче таким образом, чтобы минимизировать сумму затрат на хранение запаса и потерь от его дефицита.

Доказано, что общие затраты будут минимальными, если запас ресурса в начале каждого периода доводится до величины M , определяемой из следующего уравнения:

$$\int_{-\infty}^M f(x) dx = \frac{d}{d + S}. \quad (3.16)$$

Пример 3.8. В цехе используются режущие инструменты, расход которых составляет от 400 до 700 шт./месяц. Запас инструмента пополняется в начале

каждого месяца. Затраты, связанные с хранением одного инструмента в течение месяца, составляют 0,2 ден.ед. Потери от нехватки одного инструмента в течение месяца составляют 4,5 ден.ед.

Найти, каким должен быть запас инструмента в начале каждого месяца, чтобы общие затраты, связанные с запасом инструмента, были минимальными.

Как видно из постановки задачи, в данном случае применяется циклическая модель управления запасами. Интервал времени между заказами задан: $T = 1$ месяц.

Расход инструмента в данной задаче представляет собой случайную величину, распределенную по равномерному закону. Плотность распределения такой величины имеет следующий вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b, \\ 0, & x > b \end{cases}$$

где a, b – границы диапазона равномерной случайной величины.

В данном примере $a=400, b=700$. Таким образом, плотность распределения расхода инструмента имеет следующий вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 400 \\ \frac{1}{300}, & 400 \leq x \leq 700. \\ 0, & x > 700 \end{cases}$$

Запишем для данной задачи уравнение (3.16) для определения величины M :

$$\int_{400}^M \frac{1}{300} dx = \frac{4,5}{4,5 + 0,2}.$$

Примечание – Очевидно, что для диапазонов, где плотность распределения $f(x)$ равна нулю, интеграл в уравнении (3.16) также равен нулю.

Взяв интеграл и выполнив простейшие преобразования, получим $M=688$.

Это означает, что в начале каждого месяца необходимо доводить запас инструмента до 688 штук.

Если, например, в начале некоторого месяца запас инструмента был доведен до 688 штук, но в течение месяца спрос составил 695 инструментов (т.е. возник дефицит в размере семи инструментов), то в начале следующего месяца требуется заказать 695 инструментов: семь из них будут использованы для покрытия дефицита, а остальные составят запас в размере 688 инструментов. Если в течение следующего месяца спрос на инструменты составил только 600 шт. (т.е. остались неиспользованными 88 инструментов), то в начале следующего

месяца требуется заказать 600 инструментов; вместе с оставшимися 88 инструментами они образуют запас в размере 688 шт.

Найдем вероятность дефицита инструмента. Она равна вероятности того, что в течение месяца спрос на инструмент превысит 688 шт., т.е. составит от 689 до 700 шт. Из теории вероятностей известно, что вероятность попадания любой случайной величины X в некоторый диапазон $[x_1, x_2]$ определяется по формуле:

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

Используя эту формулу, найдем вероятность того, что спрос на инструмент в течение месяца составит свыше 688 шт. (т.е. вероятность дефицита):

$$P(689 \leq X \leq 700) = \int_{688}^{700} \frac{1}{300} dx = 0,04.$$

4. ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА АВТОМАТИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ

В развитии программных средств автоматизации управления предприятием можно выделить следующие этапы:

- программные средства для решения отдельных задач управления, расчетных (начисление зарплаты, бухгалтерский учет, подготовка отчетности и т.д.) или оптимизационных (расчет производственной программы, планирование перевозок, управление загрузкой оборудования и т.д.);

- MRP-системы (Material Requirements Planning, планирования потребностей в материалах) – программные средства, основное назначение которых состоит в оптимизации запасов материальных ресурсов, используемых в производстве, и минимизации затрат, связанных с такими запасами;

- MRP II-системы (Manufacturing Resource Planning, планирование производственных ресурсов) – программные средства, предназначенные для автоматизации планирования всех ресурсов предприятия, включая материалы, оборудование, персонал и т.д.;

- ERP-системы (Enterprise Resource Planning, планирование ресурсов предприятия) - программные средства, предназначенные для автоматизации планирования, учета, контроля и анализа всех основных деловых операций предприятия, включая финансовые операции.

Следует обратить внимание, что каждый из перечисленных классов программных средств автоматизации управления включает возможности предшествующих классов.

4.1. Концепция MRP

Концепция MRP была разработана в США в начале 60-х годов. Ее основной целью было решение задач планирования работы предприятия на основе применения средств вычислительной техники. Суть концепции MRP состоит в том, чтобы минимизировать издержки, связанные со складскими запасами и на различных участках в производстве. В основе этой концепции лежит понятие спецификации изделия (Bill of Material — BOM), которая показывает зависимость спроса на сырье, полуфабрикаты и т.д. от плана выпуска готовой продукции (с учетом времени). На основе плана выпуска продукции, спецификации изделия и учета особенностей технологической цепочки осуществляется расчет потребностей производства в материалах, обязательно привязанный к конкретным срокам.

Концепция MRP легла в основу построения программ автоматизации управления предприятием - MRP-систем. Главной задачей MRP-систем является обеспечение наличия на складе необходимого количества требуемых материалов и комплектующих в любой момент времени в рамках срока планирования. Программные системы, реализованные на базе концепции MRP, позволили оптимально регулировать поставки материалов и комплектующих для производства продукции, контролировать складские запасы и саму технологию про-

изводства. Кроме того, использование MRP-систем позволило уменьшить объем складских запасов.

Сначала с помощью MRP-систем просто формировался на основе утвержденной производственной программы план заказов на определенный период. С целью повышения эффективности планирования в конце 70-х годов в MRP-системах была реализована идея замкнутого цикла планирования потребностей в материалах (Closed Loop Material Requirements Planning), подразумевающая составление производственной программы и ее контроль на цеховом уровне. К базовым функциям планирования потребностей в материалах были добавлены дополнительные функции (например, контроля соответствия количества произведенной продукции количеству использованных в процессе сборки комплектующих, составления регулярных отчетов о задержках заказов, об объемах и динамике продаж продукции, о поставщиках и т.д.). Полученные в процессе работы модифицированной MRP-системы отчеты анализировались и учитывались на дальнейших этапах планирования. На их основании при необходимости вносились изменения в программу производства и план заказов (обеспечивая, тем самым, гибкость планирования по отношению к таким внешним факторам, как уровень спроса, текущее состояние поставок комплектующих и т.д.).

4.2. Концепция MRPII

Недостаток концепции MRP состоял в том, что при расчете потребности в материалах не учитывались производственные мощности, их загрузка, стоимость рабочей силы и т.д. Поэтому в 80-х годах концепция MRP была трансформирована в систему планирования производственных ресурсов (Manufacturing Resource Planning), которая получила название MRPII.

В соответствии со стандартом на системы MRPII ("MRPII Standard System"), разработанным Американским обществом по управлению производством и запасами (American Production and Inventory Control Society - APICS), в MRPII-системе должны быть реализованы следующие 16 групп функций:

- планирование продаж и производства;
- управление спросом;
- составление плана производства;
- планирование потребностей в материалах;
- спецификация продуктов;
- управление складом;
- плановые поставки;
- управление на уровне производственного цеха;
- планирование производственных мощностей;
- контроль входа/выхода;
- материально-техническое снабжение;
- планирование распределения ресурсов;
- планирование и контроль производственных операций;

- финансовое планирование;
- моделирование;
- оценка результатов деятельности.

Другими словами, для того, чтобы программное обеспечение управления предприятием было отнесено к классу МРПІІ, оно должно выполнять определенный объем этих основных функций.

МРПІІ-системы предназначены для эффективного планирования всех ресурсов предприятия, включая финансовые и кадровые. Основная суть МРПІІ-концепции состоит в том, что прогнозирование, планирование и контроль производства осуществляется по всему жизненному циклу продукции, начиная от закупки сырья и заканчивая отгрузкой продукции потребителю. В результате применения МРПІІ-систем должны быть реализованы:

- оперативное получение информации о текущих результатах деятельности как предприятия в целом, так и по отдельным заказам, видам ресурсов, выполнению планов;
- долгосрочное, оперативное и детальное планирование деятельности предприятия с возможностью корректировки плановых данных на основе оперативной информации;
- оптимизация производственных и материальных потоков со значительным сокращением материальных ресурсов на складах;
- отражение финансовой деятельности предприятия в целом.

4.3. Концепция ERP

В начале 90-х годов было введено понятие систем планирования ресурсов предприятий (ERP - Enterprise Resource Planning). В основе ERP-систем лежит принцип создания единого хранилища (репозитория) данных, содержащего всю бизнес-информацию предприятия: финансовую информацию; производственные данные; данные по персоналу и т.д. Наличие такого репозитория устраняет необходимость в передаче данных от одной системы к другой (например, от производственной системы к финансовой и т.д.), а также обеспечивает одновременную доступность информации для любого числа сотрудников предприятия, обладающих соответствующими полномочиями. Сокращение затрат и усилий на поддержку внутренних информационных потоков предприятия - одна из основных функций ERP-систем.

Существует несколько определений ERP-систем. Наиболее распространенным является следующее: ERP-система — это набор интегрированных приложений, позволяющих создать интегрированную информационную среду (ИИС) для автоматизации планирования, учета, контроля и анализа всех основных деловых операций предприятия.

ERP-системы предназначены для управления всей финансовой и хозяйственной деятельностью предприятия. Они используются для оперативного предоставления руководству предприятия информации, необходимой для принятия

управленческих решений, а также для создания инфраструктуры электронного обмена данными предприятия с поставщиками и потребителями.

В ERP-системах реализованы следующие основные функциональные блоки:

- планирование продаж и производства. Результатом действия блока является разработка плана производства основных видов продукции;
- управление спросом. Данный блок предназначен для прогноза будущего спроса на продукцию, определения объема заказов, которые можно предложить клиенту в конкретный момент времени, определения спроса дистрибьюторов, спроса в рамках предприятия и т.д.;
- укрупненное планирование мощностей. Используется для конкретизации планов производства и определения степени их выполнимости;
- основной план производства (план-график выпуска продукции). Определяется продукция в конечных единицах (изделиях) со сроками изготовления и количеством;
- планирование потребностей в материалах. Определяются виды материальных ресурсов (сборных узлов, готовых агрегатов, покупных изделий, исходного сырья, полуфабрикатов и т.д.) и конкретные сроки их поставки для выполнения плана;
- спецификация изделий. Определяет состав конечного изделия, материальные ресурсы, необходимые для его изготовления, и т.д. Фактически спецификация является связующим звеном между основным планом производства и планом потребностей в материалах;
- планирование потребностей в мощностях. На данном этапе планирования более детально, чем на предыдущих уровнях, определяются производственные мощности;
- маршрутизация/рабочие центры. С помощью данного блока конкретизируются как производственные мощности различного уровня, так и маршруты, в соответствии с которыми выпускаются изделия;
- проверка и корректировка цеховых планов по мощностям;
- управление закупками, запасами, продажами;
- управление финансами (ведение Главной книги, расчеты с дебиторами и кредиторами, учет основных средств, управление наличными средствами, планирование финансовой деятельности и т.д.);
- управление затратами (учет всех затрат предприятия и калькуляция себестоимости готовой продукции или услуг);
- управление проектами и программами.

Кроме того, для ERP-систем обязательным является наличие возможности электронного обмена данными с другими приложениями, а также моделирования ряда ситуаций, связанных, в первую очередь, с планированием и прогнозированием.

Можно выделить следующие основные отличия систем ERP от MRPII:

- поддержка различных типов производств (сборочного, обрабатывающего и т.д.) и видов деятельности предприятий и организаций. Например, ERP-системы могут быть установлены не только на промышленных предприятиях, но и в организациях сферы услуг — банках, страховых и торговых компаниях и т.д.;

- поддержка планирования ресурсов по различным направлениям деятельности предприятия (не только производства продукции);

- ERP-системы позволяют управлять "виртуальным предприятием", отражающим взаимодействие производства, поставщиков, партнеров и потребителей. "Виртуальное предприятие" может представлять собой автономно работающие предприятия, корпорацию, географически распределенное предприятие, временное объединение предприятий, работающих над совместными проектами, и т.д.

- в ERP-системах больше внимания уделено финансовым подсистемам;

- в ERP-системах добавлены механизмы управления производственными объединениями, включающими предприятия в различных странах или регионах: поддержка нескольких часовых поясов, языков, валют, систем бухгалтерского учета и отчетности;

- повышенные требования к масштабируемости (до нескольких тысяч пользователей), гибкости, надежности и производительности программного обеспечения;

- повышены требования к интегрируемости ERP-систем с приложениями, уже используемыми предприятием (системами автоматизированного проектирования, АСУТП, системами управления документооборотом и т.д.), а также с новыми приложениями (например, электронного бизнеса). При этом именно на базе ERP-системы осуществляется интеграция всех приложений, используемых на предприятии;

- больше внимания уделено программным средствам поддержки принятия решений и средствам интеграции с хранилищами данных;

- В ряде ERP-систем разработаны развитые средства настройки (конфигурирования), интеграции с другими приложениями и адаптации.

В настоящее время в мире применяется около 500 программных средств классов MRPII и ERP. В таблицах 4.1 и 4.2 приведены основные характеристики современных ERP-систем, применяемых в Беларуси и России.

Таблица 4.1 – Основные российские ERP-системы, применяемые в Беларуси и России

ERP-система	Производитель	Область применения	Срок внедрения	Стоимость внедрения
"Галактика"	Галактика	Нефтегазовая отрасль, машиностроение, химия, энергетика, металлургия и т.д.	4 мес. – 1,5 года и более	Лицензия на одно рабочее место \$350-1200. Стоимость внедрения составляет 50-100% этой суммы.
"Парус"	Парус	Машиностроение, нефтегазовые компании, предприятия энергетической отрасли	4 мес. – 1 год и более	Лицензия на одно рабочее место \$1-2 тыс. Стоимость внедрения 100-200% цены системы.
"1С: Предприятие 8.0. Управление производственным предприятием"	1С	Машиностроение, пищевая промышленность и т.д.	3-9 мес. и более	Лицензия на одно рабочее место \$150-600. Стоимость внедрения на одно рабочее место \$200-1000
КИС "АС+"	"Борлас"	Энергетика, телекоммуникации, химическая, пищевая промышленность и т.д.	6-12 мес. и более	Лицензия на один функциональный модуль (без учета рабочих мест) от \$15 тыс. до \$100 тыс. Стоимость внедрения 100%-200% стоимости лицензий.

Таблица 4.2 – Основные зарубежные ERP-системы, применяемые в Беларуси и России

ERP-система	Производитель	Область применения	Срок внедрения	Стоимость внедрения	Примеры внедрений в Беларуси и России
1	2	3	4	5	6
SAP R/3	SAP AG (Германия)	Оборонные предприятия, компании нефтегазового комплекса, металлургия, энергетика телекоммуникации, банковский сектор.	1-5 лет и более	Лицензия на 50 рабочих мест стоит около \$350 тыс. Стоимость внедрения может в несколько раз превышать стоимость решения.	Беларусь: "Атлант-М", Белорусский металлургический завод, Мозырский НПЗ Россия: Омский НПЗ, Ярославский НПЗ, группа "Мечел", ТНК-ВР, «Сургуфтегаз» и т.д.
Oracle Applications	Oracle (США)	Тяжелая промышленность (преимущественно металлургия), телекоммуникационные компании, финансовый сектор, химическая промышленность.	1-5 лет и более	Стоимость решения на одно рабочее место составляет около \$5 тыс. Полная стоимость существенно зависит от требуемой функциональности и сложности внедрения.	Россия: "АвтоВАЗ", "Объединенная металлургическая компания", Магнитогорский металлургический комбинат, Западно-Сибирский металлургический комбинат, "Вымпел-Ком", "Связьинвест", РАО ЕЭС, "Сибнефть", Росгострах и т.д.

Продолжение таблицы 4.2

1	2	3	4	5	6
IFS Applications	IFS (Швеция)	Предприятия машиностроительного комплекса, энергетика, пищевая промышленность, фармацевтика, кабельная промышленность.	0,8-3 года и более	Полная стоимость внедрения может достигать \$250 тыс. и более. Также существенно зависит от требуемой функциональности.	Россия: Бурейская ГЭС, Импэксбанк, "Oriflame", "Русский алюминий" и т.д.
Baan ERP	SSA Global (США)	Автомобилестроение, химическая промышленность, фармацевтика, пищевая промышленность.	6 мес-1,5 года и более	Стоимость одного рабочего места - \$3 тыс. Соотношение цены решения и расходов на внедрение 1:1-1:3.	Россия: "УралАЗ", "Балтийский завод", "КАМАЗ" и т.д.
iRenaissance	Ross Systems (США)	Пищевая промышленность, химические компании, металлургическая промышленность нефтеперерабатывающие, целлюлозно-бумажные, фармацевтические предприятия.	4 мес. – 1,3 года и более	Стоимость внедрения в среднем \$200 тыс.	Россия: Московский шинный завод, Ярославский шинный завод, Тюменская нефтяная компания и т.д.
MBS Axapta	Microsoft (США)	Предприятия нефтяной отрасли, пищевой промышленности, торговые компании, металлургия, телекоммуникационная отрасль.	6 мес. – 2 года и более	В среднем стоимость решения на одно рабочее место - \$3,5 тыс. Стоимость внедрения составляет 100-250% стоимости решения.	Беларусь: "Белтрансгаз", "Белхимэнерго", Рогачевский молочно-консервных завод Россия: "Газпром", Останкинский молочный комбинат, "Ростелеком", и т.д.
iScala	Epicor (США)	Машиностроение, телекоммуникационная отрасль, пищевая промышленность.	3 мес. – 1,5 года и более	Средняя стоимость iScala 2.1 составляет \$2-5 тыс. за одно рабочее место.	Россия: ТЕТРА ПАК-Кубань, фабрика "Большевик", Московская Сотовая связь и т.д.
MFG/PRO	QAD (США)	Автомобильная, авиационная, электронная, электротехническая, химическая, фармацевтическая и пищевая промышленность.	3 мес. – 1,5 года и более	Стоимость лицензии на одно рабочее место \$2-5 тыс. в зависимости от конфигурации. Внедрение обходится в 100-200% этой суммы.	Беларусь: СП "Форд-Юнион" (1997-1999) Россия: "Кока-Кола" (Москва), "Gillette" (Санкт-Петербург) и т.д.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Автоматизация управления предприятием / Баронов В.В., Калянов Г.Н., Попов Ю.И. и др. М.: Инфра-М, 2000. – 237 с.
2. Бажин И.И. Информационные системы менеджмента. М.: ГУ-ВШЭ, 2000. – 687 с.
3. Маклаков С.В. Создание информационных систем с AllFusion Modeling Suite. М.: Диалог-МИФИ, 2005. – 432 с.
4. Устинова Г.М. Информационные системы менеджмента. СПб.: ДиаСофт, 2000. – 357 с.
5. Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений. М.: Юнити, 1997. - 590 с.
6. 1С: Предприятие. Комплексная конфигурация. Секреты работы / Н.А. Рязанцева, Д.Н. Рязанцев. СПб.: ВHV-Санкт-Петербург, 2003. – 623 с.
7. SAP R/3: Менеджмент / Под ред. М.Рибштока, К.Хильдебранда. Мн.: Новое знание, 2001. – 208 с.

Дополнительная

8. Грабауров В.А. Информационные технологии для менеджеров. М.: Финансы и статистика, 2001. – 368 с.
9. Черемных С.В. Структурный анализ систем. IDEF-технологии. М.: Финансы и статистика, 2001. – 208 с.
10. Маклаков С.В. BPWin и ERWin. CASE-средства разработки информационных систем. М.: Диалог-МИФИ, 1999. – 256 с.
11. Карданская Н.Л., Чудаков А.Д. Системы управления производством: анализ и проектирование. М.: РДЛ, 1999. – 240 с.
12. Большаков А.С. Моделирование в менеджменте. М.: Филинь, 2000. – 464 с.
13. Таха Х. Введение в исследование операций. М.: Издательский дом “Вильямс”, 2001. – 912 с.
14. Экономико-математические методы и модели / Под ред. А.В. Кузнецова. Мн.: БГЭУ, 1999. - 413 с.