Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра экономики

Самостоятельная работа по курсу

 ***«Прогнозирование и планирование экономики»***

на тему:

«Оценка качества трендовых моделей»

 Проверил: Выполнил:

кандидат экономических наук, Студентгр. №17150

 доцент .

 Сак А.В.

МИНСК 2013

*Цель работы:* изучение методов оценки точности и надежности прогнозов, получение практических навыков выбора трендовых моделей для прогнозирования.

*Задание:* рассматривая динамический ряд, представленный таблицей, построить трендовые модели согласно указанному варианту (Вариант 5).

 Осуществить прогнозирование для периодов упреждения *τ=1,2,3*. Провести необходимые расчеты *(, , K, )* и выбрать для прогнозирования наилучшую кривую (прогнозную модель), дающую наиболее точное значение прогнозов. В выводах обосновать выбор лучшей модели. Результаты представить графическим способом.

Исходный динамический ряд (Фондоотдача Yt, тыс. р.):

**Таблица 1:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 |
| Уtмлн. руб. | 560 | 608 | 685 | 807 | 839 | 914 | 1100 | 1196 | 1499 | 1574 | 1513 | 1615 | 1592 | 1630 | 1675 | 1780 | 1690 |

Виды кривых для построения:

1. *Логарифмическая*
2. *Полином 4-ой степени*
3. *Прямая*

Ход работы:

1. Построение трендовых моделей

*1.1 Логарифмическая функция*

* *Введем обозначения:*

Т=lnt;

* *Получим:*

= +Т

 Результаты вычислений для нахождения параметров линейного уравнения сведем в таблицу:

**Таблица 2:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год |  | *t* | Т | Т2 |  Т\* |
| 1997 | 560 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1998 | 608 | 2 | 0,6931 | 0,4805 | 421,4335 |
| 1999 | 685 | 3 | 1,0986 | 1,2069 | 752,5494 |
| 2000 | 807 | 4 | 1,3863 | 1,9218 | 1118,74 |
| 2001 | 839 | 5 | 1,6094 | 2,5903 | 1350,318 |
| 2002 | 914 | 6 | 1,7918 | 3,2104 | 1637,668 |
| 2003 | 1100 | 7 | 1,9459 | 3,7866 | 2140,501 |
| 2004 | 1196 | 8 | 2,0794 | 4,3241 | 2487,012 |
| 2005 | 1499 | 9 | 2,1972 | 4,8278 | 3293,64 |
| 2006 | 1574 | 10 | 2,3026 | 5,3019 | 3624,269 |
| 2007 | 1513 | 11 | 2,3979 | 5,7499 | 3628,016 |
| 2008 | 1615 | 12 | 2,4849 | 6,1748 | 4013,124 |
| 2009 | 1592 | 13 | 2,5649 | 6,579 | 4083,399 |
| 2010 | 1630 | 14 | 2,6391 | 6,9646 | 4301,663 |
| 2011 | 1675 | 15 | 2,7081 | 7,3335 | 4535,984 |
| 2012 | 1780 | 16 | 2,7726 | 7,6872 | 4935,208 |
| 2013 | 1690 | 17 | 2,8332 | 8,0271 | 4788,131 |
| **Σ** | **21277** | **153** | **33,505** | **76,166** | **47111,66** |

1. *Для нахождения a0 и а1 воспользуемся следующими формулами:*



 a0= = 510,014



 a1= = 82,397

1. *Подставив полученные значения в формулу, получим трендовую модель следующего вида:*
2. *Произведем прогнозирование при τ= 1,2,3:*

τ=1: ==82,397+510,014\*ln(18)=

τ=2: ==82,397+510,014\*ln(19)=

τ=3: ==82,397+510,014\*ln(20)=

Сведем данные в таблицу:

**Таблица 3:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **t** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |
|  | 82,4 | 435,9051 | 642,6923 | 789,4101 | 903,2133 | 996,1973 | 1074,814 | 1142,915 | 1202,985 | 1256,718 | 1305,327 | 1349,702 | 1390,524 | 1428,319 | 1463,506 | 1496,42 | 1527,339 | 1556,49 | 1584,064 | 1610,223 |

Результаты прогнозирования представим графическим методом:

**График 1:**

* 1. *Полином 4-ой степени*

*Рассчитаем показатели для полинома 4-й степени и сведем их в таблицу:*

**Таблица 4:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | yt | t | t2 | t3 | t4 | t5 | t6 | t7 | t8 |
| 1997 | 560 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1998 | 608 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 |
| 1999 | 685 | 3 | 9 | 27 | 81 | 243 | 729 | 2187 | 6561 |
| 2000 | 807 | 4 | 16 | 64 | 256 | 1024 | 4096 | 16384 | 65536 |
| 2001 | 839 | 5 | 25 | 125 | 625 | 3125 | 15625 | 78125 | 390625 |
| 2002 | 914 | 6 | 36 | 216 | 1296 | 7776 | 46656 | 279936 | 1679616 |
| 2003 | 1100 | 7 | 49 | 343 | 2401 | 16807 | 117649 | 823543 | 5764801 |
| 2004 | 1196 | 8 | 64 | 512 | 4096 | 32768 | 262144 | 2097152 | 16777216 |
| 2005 | 1499 | 9 | 81 | 729 | 6561 | 59049 | 531441 | 4782969 | 43046721 |
| 2006 | 1574 | 10 | 100 | 1000 | 10000 | 100000 | 1000000 | 10000000 | 100000000 |
| 2007 | 1513 | 11 | 121 | 1331 | 14641 | 161051 | 1771561 | 19487171 | 214358881 |
| 2008 | 1615 | 12 | 144 | 1728 | 20736 | 248832 | 2985984 | 35831808 | 429981696 |
| 2009 | 1592 | 13 | 169 | 2197 | 28561 | 371293 | 4826809 | 62748517 | 815730721 |
| 2010 | 1630 | 14 | 196 | 2744 | 38416 | 537824 | 7529536 | 105413504 | 1475789056 |
| 2011 | 1675 | 15 | 225 | 3375 | 50625 | 759375 | 11390625 | 170859375 | 2562890625 |
| 2012 | 1780 | 16 | 256 | 4096 | 65536 | 1048576 | 16777216 | 268435456 | 4294967296 |
| 2013 | 1690 | 17 | 289 | 4913 | 83521 | 1419857 | 24137569 | 410338673 | 6975757441 |
|  Σ | 21277 | 153 | 1785 | 23409 | 327369 | 4767633 | 71397705 | 1091194929 | 16937207049 |

С помощью метода последовательных разностей вычислим показатели:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | yt | yt t | yt t2 | yt t3 | yt t4 |
| 1997 | 560 | 560 | 560 | 560 | 560 |
| 1998 | 608 | 1216 | 2432 | 4864 | 9728 |
| 1999 | 685 | 2055 | 6165 | 18495 | 55485 |
| 2000 | 807 | 3228 | 12912 | 51648 | 206592 |
| 2001 | 839 | 4195 | 20975 | 104875 | 524375 |
| 2002 | 914 | 5484 | 32904 | 197424 | 1184544 |
| 2003 | 1100 | 7700 | 53900 | 377300 | 2641100 |
| 2004 | 1196 | 9568 | 76544 | 612352 | 4898816 |
| 2005 | 1499 | 13491 | 121419 | 1092771 | 9834939 |
| 2006 | 1574 | 15740 | 157400 | 1574000 | 15740000 |
| 2007 | 1513 | 16643 | 183073 | 2013803 | 22151833 |
| 2008 | 1615 | 19380 | 232560 | 2790720 | 33488640 |
| 2009 | 1592 | 20696 | 269048 | 3497624 | 45469112 |
| 2010 | 1630 | 22820 | 319480 | 4472720 | 62618080 |
| 2011 | 1675 | 25125 | 376875 | 5653125 | 84796875 |
| 2012 | 1780 | 28480 | 455680 | 7290880 | 116654080 |
| 2013 | 1690 | 28730 | 488410 | 8302970 | 141150490 |
| Σ | 21277 | 225111 | 2810337 | 38056131 | 541425249 |

**Таблица 5:**

1. *Вычислим параметры a0, a1, a2, a3, a4 с помощью метода наименьших квадратов:*

*a0* = 662, 75

*a1* = -116, 76

*a2* = 47, 53

*a3* = -3, 62

*a4* = 0,085

1. *Таким образом, трендовая модель имеет вид:*
2. *Произведем прогнозирование при τ=1,2,3:*

τ=1:

==662, 75–116, 76\*18+47, 53\*324–3, 62\*5832+0,085\*104976= 1771,91

τ=2:

==662, 75–116, 76\*19+47, 53\*361–3, 62\*6859+0,085\*130321= 1850,345

τ=3:

==662, 75–116, 76\*20+47, 53\*400–3, 62\*8000+0,085\*160000= 1979,55

Полученные данные сведем в таблицу:

 **Таблица 6:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|  | 589,985 | 591,75 | 649,385 | 746,27 | 867,825 | 1001,51 | 1136,825 | 1265,31 | 1380,545 | 1478,15 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Год | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 |
|  | 1555,785 | 1613,15 | 1651,985 | 1676,07 | 1691,225 | 1705,31 | 1728,225 | 1771,91 | 1850,345 | 1979,55 |

Результаты прогнозирования представим графическим методом:

**График 2:**

* 1. *Прямая*

Вычислим показатели для прямой ():

**Таблица 7:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | yt | t | t2 | yt t |
| 1997 | 560 | 1 | 1 | 560 |
| 1998 | 608 | 2 | 4 | 1216 |
| 1999 | 685 | 3 | 9 | 2055 |
| 2000 | 807 | 4 | 16 | 3228 |
| 2001 | 839 | 5 | 25 | 4195 |
| 2002 | 914 | 6 | 36 | 5484 |
| 2003 | 1100 | 7 | 49 | 7700 |
| 2004 | 1196 | 8 | 64 | 9568 |
| 2005 | 1499 | 9 | 81 | 13491 |
| 2006 | 1574 | 10 | 100 | 15740 |
| 2007 | 1513 | 11 | 121 | 16643 |
| 2008 | 1615 | 12 | 144 | 19380 |
| 2009 | 1592 | 13 | 169 | 20696 |
| 2010 | 1630 | 14 | 196 | 22820 |
| 2011 | 1675 | 15 | 225 | 25125 |
| 2012 | 1780 | 16 | 256 | 28480 |
| 2013 | 1690 | 17 | 289 | 28730 |
| **Σ** | **21277** | **153** | **1785** | **225111** |

1. *По формулам найдем а0 и а1:*



 а1= = 82,39



 a0= = ­­510,078

1. *Таким образом трендовая модель имеет вид:*
2. *Произведем прогнозирование*

 2158,01

Полученные данные сведем в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|  | 592,41 | 674,81 | 757,21 | 839,61 | 922,01 | 1004,41 | 1086,81 | 1169,21 | 1251,61 | 1334,01 |

**Таблица 8:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 |
|  | 1416,41 | 1498,81 | 1581,21 | 1663,61 | 1746,01 | 1828,41 | 1910,81 | 1993,21 | 2075,61 | 2158,01 |

Результаты прогнозирования представим графическим методом:

**График 3:**

2***.***Выбор наилучшей кривой

 Для выбора наилучшей кривой находим среднюю абсолютную процентную ошибку , средний квадрат ошибки , показатель K (один из сравнимых показателей точности прогноза), величину достоверности аппроксимации R2;

1. ***Средняя абсолютная процентная ошибка :***
2. ***Средний квадрат ошибки :***
3. ***Показатель К (один из сравнимых показателей точности прогноза):***
4. ***Величина достоверности аппроксимации:***

***Эталонный прогноз:***

 Сведем полученные прогнозные значения в таблицу и составим эталонный прогноз. Уровнями эталонного прогноза являются средние арифметические значения трех прогнозных моделей.

**Таблица 9:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| t |  |  |  |  |
| 1 | 82,4 | 589,985 | 592,41 | 421,598 |
| 2 | 435,9051 | 591,75 | 674,81 | 567,488 |
| 3 | 642,6923 | 649,385 | 757,21 | 683,096 |
| 4 | 789,4101 | 746,27 | 839,61 | 791,763 |
| 5 | 903,2133 | 867,825 | 922,01 | 897,683 |
| 6 | 996,1973 | 1001,51 | 1004,41 | 1000,71 |
| 7 | 1074,814 | 1136,825 | 1086,81 | 1099,48 |
| 8 | 1142,915 | 1265,31 | 1169,21 | 1192,48 |
| 9 | 1202,985 | 1380,545 | 1251,61 | 1278,38 |
| 10 | 1256,718 | 1478,15 | 1334,01 | 1356,29 |
| 11 | 1305,327 | 1555,785 | 1416,41 | 1425,84 |
| 12 | 1349,702 | 1613,15 | 1498,81 | 1487,22 |
| 13 | 1390,524 | 1651,985 | 1581,21 | 1541,24 |
| 14 | 1428,319 | 1676,07 | 1663,61 | 1589,33 |
| 15 | 1463,506 | 1691,225 | 1746,01 | 1633,58 |
| 16 | 1496,42 | 1705,31 | 1828,41 | 1676,71 |
| 17 | 1527,339 | 1728,225 | 1910,81 | 1722,12 |
| 18 | 1556,49 | 1771,91 | 1993,21 | 1773,87 |
| 19 | 1584,064 | 1850,345 | 2075,61 | 1836,67 |
| 20 | 1610,223 | 1979,55 | 2158,01 | 1915,93 |

*Где,**–прогноз для логарифмической функция;*

*–прогноз для полинома четвертой степени;*

*–прогноз для прямой.*

**Вычислим показатели, характеризующие точность прогноза:**

***Логарифмическая функция:***

**Таблица 10:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год |  |  |  |  |  |  |  |
| 1997 | 560 | 82,4 | 477,6 | 0,853 | 228101,8 | 138,4017 | 19155,02 |
| 1998 | 608 | 435,91 | 172,0949 | 0,283 | 29616,65 | 40,51163 | 1641,192 |
| 1999 | 685 | 642,69 | 42,3077 | 0,062 | 1789,941 | 1,904233 | 3,626105 |
| 2000 | 807 | 789,41 | 17,5899 | 0,022 | 309,4046 | 15,23663 | 232,155 |
| 2001 | 839 | 903,21 | 64,2133 | 0,077 | 4123,348 | 58,6828 | 3443,667 |
| 2002 | 914 | 996,2 | 82,1973 | 0,09 | 6756,396 | 86,7058 | 7517,89 |
| 2003 | 1100 | 1074,8 | 25,186 | 0,023 | 634,3346 | 0,517 | 0,267289 |
| 2004 | 1196 | 1142,9 | 53,085 | 0,044 | 2818,017 | 3,521667 | 12,40214 |
| 2005 | 1499 | 1203 | 296,015 | 0,197 | 87624,88 | 220,62 | 48673,18 |
| 2006 | 1574 | 1256,7 | 317,282 | 0,202 | 100667,9 | 217,7073 | 47396,48 |
| 2007 | 1513 | 1305,3 | 207,673 | 0,137 | 43128,07 | 87,15933 | 7596,749 |
| 2008 | 1615 | 1349,7 | 265,298 | 0,164 | 70383,03 | 127,7793 | 16327,56 |
| 2009 | 1592 | 1390,5 | 201,476 | 0,127 | 40592,58 | 50,76033 | 2576,611 |
| 2010 | 1630 | 1428,3 | 201,681 | 0,124 | 40675,23 | 40,667 | 1653,805 |
| 2011 | 1675 | 1463,5 | 211,494 | 0,126 | 44729,71 | 41,41967 | 1715,589 |
| 2012 | 1780 | 1496,4 | 283,58 | 0,159 | 80417,62 | 103,2867 | 10668,14 |
| 2013 | 1690 | 1527,3 | 162,661 | 0,096 | 26458,6 | 32,1247 | 1031,994 |
| **Σ** | **21277** | **18488,387** | **3081,434** | **2,786** | **808827,4** | **911,9793** | **169646,3** |

1. Логарифмическая функция:

***Полином 4-ой степени:***

**Таблица 11:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Года |  |  |  |  |  |
| 1997 | 560 | 589,99 | 29,985 | 0,05354 | 899,1002 |
| 1998 | 608 | 591,75 | 16,25 | 0,02673 | 264,0625 |
| 1999 | 685 | 649,39 | 35,615 | 0,05199 | 1268,428 |
| 2000 | 807 | 746,27 | 60,73 | 0,07525 | 3688,133 |
| 2001 | 839 | 867,83 | 28,825 | 0,03436 | 830,8806 |
| 2002 | 914 | 1001,5 | 87,51 | 0,09574 | 7658 |
| 2003 | 1100 | 1136,8 | 36,825 | 0,03348 | 1356,081 |
| 2004 | 1196 | 1265,3 | 69,31 | 0,05795 | 4803,876 |
| 2005 | 1499 | 1380,5 | 118,455 | 0,07902 | 14031,59 |
| 2006 | 1574 | 1478,2 | 95,85 | 0,0609 | 9187,222 |
| 2007 | 1513 | 1555,8 | 42,785 | 0,02828 | 1830,556 |
| 2008 | 1615 | 1613,2 | 1,85 | 0,00115 | 3,4225 |
| 2009 | 1592 | 1652 | 59,985 | 0,03768 | 3598,2 |
| 2010 | 1630 | 1676,1 | 46,07 | 0,02826 | 2122,445 |
| 2011 | 1675 | 1691,2 | 16,225 | 0,00969 | 263,2506 |
| 2012 | 1780 | 1705,3 | 74,69 | 0,04196 | 5578,596 |
| 2013 | 1690 | 1728,2 | 38,225 | 0,02262 | 1461,151 |
| **Σ** | **21277** | **21329,3** | **859,185** | **0,7386** | **58844,99** |

2. Полином 4-й степени:

***Прямая:***

**Таблица 12:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Года |  |  |  |  |  |
| 1997 | 560 | 592,41 | 32,41 | 0,0579 | 1050,408 |
| 1998 | 608 | 674,81 | 66,81 | 0,1099 | 4463,576 |
| 1999 | 685 | 757,21 | 72,21 | 0,1054 | 5214,284 |
| 2000 | 807 | 839,61 | 32,61 | 0,0404 | 1063,412 |
| 2001 | 839 | 922,01 | 83,01 | 0,0989 | 6890,66 |
| 2002 | 914 | 1004,41 | 90,41 | 0,0989 | 8173,968 |
| 2003 | 1100 | 1086,81 | 13,19 | 0,012 | 173,9761 |
| 2004 | 1196 | 1169,21 | 26,79 | 0,0224 | 717,7041 |
| 2005 | 1499 | 1251,61 | 247,39 | 0,165 | 61201,81 |
| 2006 | 1574 | 1334,01 | 239,99 | 0,1525 | 57595,2 |
| 2007 | 1513 | 1416,41 | 96,59 | 0,0638 | 9329,628 |
| 2008 | 1615 | 1498,81 | 116,19 | 0,0719 | 13500,12 |
| 2009 | 1592 | 1581,21 | 10,79 | 0,0068 | 116,4241 |
| 2010 | 1630 | 1663,61 | 33,61 | 0,0206 | 1129,632 |
| 2011 | 1675 | 1746,01 | 71,01 | 0,0424 | 5042,42 |
| 2012 | 1780 | 1828,41 | 48,41 | 0,0272 | 2343,528 |
| 2013 | 1690 | 1910,81 | 220,81 | 0,1307 | 48757,06 |
| **Σ** | **21277** | **21277,4** | **1502,23** | **1,2268** | **226763,8** |

3. Прямая:

***Результаты сведем в таблицу:***

**Таблица 13:**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Показатели точности прогноза |
| Вид трендовой модели | , % |  |  |  |
| Логарифмическая |  |  |  |  |
| Полином 4-ой степени |  |  |  |  |
| Прямая |  |  |  |  |

 Исходя из значений средней абсолютной процентной ошибки прогноза, среднего квадрата ошибки, сравнительного показателя точности прогнозов, коэффициента детерминации – наилучшими показателями обладает *полином 4-й степени*.

***Полученные результаты представим в графическом виде:***

**График 4:**

***Вывод:***

 В результате данной работы были получены практические навыки построения трендовых моделей и на их основе проведены прогнозные расчёты, оценивание точности прогнозов.

 В ходе работы были построены три вида трендовых моделей: *логарифмическая функция*, *полином 4-ой степени* и *прямая* для данного ряда динамики. На их основе было спрогнозировано дальнейшее развитие ряда динамики на 3 года вперед (2014, 2015, 2016 гг.). Необходимо было выбрать тот ряд, который даёт наиболее точный прогноз. Для оценки точности нужно было использовать среднюю абсолютную процентную ошибку , %, средний квадрат ошибки , сравнительный показатель точности прогнозов *К*, величину

достоверности аппроксимации *R2;*

 Учитывая эти значения, было предположено, что модель, представленная ***полиномом 4-ой степени*** :

является оптимальной прогнозной моделью для нашего динамического ряда, она даёт более точные прогнозные значения.

 Такой выбор был сделан на основании таблицы 12, из которой видно,

что  *=5,34%; =5620,12; К=0,78; R2=0,98*, для кривой являются минимальными по сравнению со значениями других функций. Та же тенденция наблюдается и на графике.