

Министерство народного образования БССР
МИНСКИЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра микроэлектроники

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА
по курсу "Физика твердого тела"
для студентов специальности 20.03 "Микроэлектроника и полупроводниковые приборы"

Часть III

ФИЗИКА МЕТАЛЛОВ (МОДЕЛЬ ДРУДЕ)

Минск 1991

Та впуі С.В. у.800301

Министерство народного образования БССР
МИНСКИЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра микроэлектроники

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА
по курсу "Физика твердого тела"
для студентов специальности 20.03 "Микроэлек-
троника и полупроводниковые приборы"

Часть III

ФИЗИКА МЕТАЛЛОВ (МОДЕЛЬ ДРУДЕ)

Минск 1991

СОДЕРЖАНИЕ

I. Введение	3
2. Классическая теория металлов Друде	4
2.1. Общие положения	4
2.2. Исходные критерии модели Друде	5
2.3. Статическая электропроводность металлов	8
2.4. Количественная оценка исходных критериев модели Друде	11
2.5. Температурная зависимость удельного сопротивления в теории Друде	13
2.6. Кинетическое уравнение движения электронного газа в модели Друде	15
2.7. Высокочастотная электропроводность и диэлектрическая проницаемость металлов	18
2.7.1. Анализ частотной зависимости электропроводности металлов	20
2.7.2. Оптические свойства металлов. "Диэлектрическая проницаемость" металлов	21
2.8. Поведение металлов в скрещенных электрическом и магнитном статических полях	24
2.8.1. Понятие эффекта Холла и магнетосопротивления	24
2.8.2. Описание поведения металлов Друде в скрещенных электрическом и магнитном полях	26
2.8.3. Некоторые фактические замечания и вторичный анализ исходных критериев модели Друде	28
2.9. Тепловые свойства металлов	31
2.9.1. Теплопроводность металлов	32
2.9.2. Закон Видемана-Франца	35
3. Методические указания для самостоятельной подготовки к выполнению лабораторной работы	36
3.1. Задание к выполнению лабораторной работы	37
3.2. Пояснения к выполнению экспериментальной части работы и ее защите	38

Содержатся методические указания и теоретическая часть материала, необходимого для самостоятельной подготовки к выполнению лабораторных работ по "Физике твердого тела". Включены вопросы моделей металлов, отсутствующие в учебной литературе, предназначенной для системы народного образования.

Пособие предназначено для студентов специальности 20.03 и может быть использовано для самостоятельной подготовки студентов всех форм обучения.

Ил. 12, список литературы - 4 назв.

Составитель В. А. Петрович

© Минский радиотехнический институт, 1991

I. Введение

И настоящему времени достигнуты большие успехи в вопросах изучения свойств твердых тел – диэлектриков, полупроводников, металлов.

Современная теория твердого тела основывается на знании многих специальных вопросов математики (тензорного и векторного исчисления, теории функций комплексной переменной, операционных методов и т.д.), классической и квантовой, а также статистической физики, теории вероятности, физической и химической физики, ядерной физики и целого ряда других фундаментальных наук. Поэтому вполне естественно, что для студентов прикладных, технических вузов, к которым относится и Минский радиотехнический институт, даже поверхностное знакомство с современными теориями на I-3 курсах, окончилось бы печально – не имея достаточно глубоких фундаментальных знаний, легко потеряться среди многообразия математических соотношений и абстрактных, логических рассуждений, затрагивающих различные области знаний. С другой стороны, целый ряд свойств металла и полупроводников может быть изучен достаточно глубоко и с использованием элементарных, скорее даже наивных, с современной точки зрения, теорий строения вещества.

К таким теориям относятся и две теории металлов: классическая, теория металлов Друде и квантовомеханическая теория металлов Зоммерфельда. Слово "классическая" здесь использовано в том смысле, что в основе теории Друде лежит классическая ньютоновская механика.

Эти теории базируются на многих идентичных положениях, и, несмотря на внешнее различие математического и логического аппарата, использованного при их разработке, приводят во многом к близким результатам и выводам. Особенно это касается поведения и свойств металлов при температурах и давлениях, близких к нормальным, т.е. в области температур 300K и давлении, близком к атмосферному.

При изучении приведенного ниже материала следует обратить внимание и постоянно сравнивать исходные положения обеих теорий металлов и получающиеся при этом итоговые выводы. Только при сравнительном анализе свойств металлов, полученных в этих теориях, можно наиболее глубоко и полно уяснить преимущества одной теории перед другой, а также сделать выводы, которые позволили бы самостоятельно и целенаправленно составить план эксперимента при проведении лабораторной работы "Изучение свойств металлов", задание к которой помещено в конце настоящего методического пособия.

2. Классическая теория металлов Друде

2.1. Общие положения

Любая теория (модель) должна начинаться с элементарного рисунка, который бы отражал те явления и законы, которые используются для количественного описания тех или иных конечных параметров теории. Не изобразив на таком рисунке и не оговорив исходных критериев, принимаемых в дальнейшем в теории как постулаты, бессмысленно производить количественные математические расчеты или пытаться их просто запомнить при изучении теории: кроме непроизводительной траты времени и упражнений в области абстрактных расчетов, продвижения в области физики твердого тела достигнуто не будет.

Прежде всего следует отметить, что теория Друде создавалась автором в тот период развития представлений об окружающем мире, когда уже было экспериментально изучено такое явление, как электрический ток. Однако только за три года до того, как Друде предложил свою теорию металлов (это относится к легко запоминающейся дате – началу нашего столетия, 1900 году) английским физиком Джозефом Джоном Томсоном был открыт электрон (1897 год) и через год напряженных исследований определен его электрический заряд. Не случайно поэтому у немецкого физика Пауля Друде были самые свежие данные о природе электричества и, в частности, – частице, обуславливающей процесс электропереноса заряда – электроны. Используя достаточно хорошо изученную к тому времени теорию газов, а также явления электропроводимости газов, полученные несколько раньше Томсоном, Друде применил теорию газов к описанию процессов, происходящих в металлах, методом аналогий. И не случайно поэтому теорию Друде иногда называют теорией электронного классического газа, а Томсона, изучившего и описавшего явление электропроводимости в газах, относят по праву к одному из соавторов электронной теории металлов.

Итак, рассмотрим элементарную модель, положенную в основу модели металлов Друде, рис. I

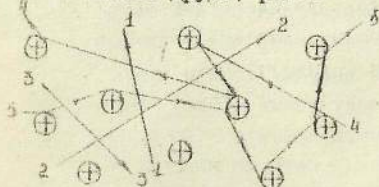


Рис. I. Элементарная модель металлов Друде

Как видно из этого рисунка, Друде предположил, что основой строения металлов являются тяжелые неподвижные частицы, между которыми движутся электроны (соответственно положительно и отрицательно заряженные). При этом, поскольку количество электронов численно равно количеству по-

ложительных зарядов на неподвижных частицах, то металл в целом электрически нейтрален.

В промежутках времени, относящихся к пролету электрона между двумя столкновениями, электрон считается классической свободной частицей, не взаимодействующей с положительными частицами. При этом он, согласно классической механике, будет двигаться прямолинейно, если на электрон не действует больше никаких сил (как это показано на рисунке).

Как и в классическом газе, при отсутствии внешнего электрического поля, обуславливающего процесс электропереноса, скорости электронов распределены в объеме хаотически по величине и направлению, хотя и подчиняются при этом статистической модели Максвелла-Больцмана. При этом электрический ток отсутствует.

При наличии внешнего электрического поля последнее действует только на частицы, способные к перемещению, т.е. на электроны. Положительные же частицы остаются неподвижными. При этом в хаотическом движении электронов начинает проявляться некоторое упорядочение. Оно проявляется в том, что появляется обусловленное направлением и величиной внешнего электрического поля направление, имеющее некоторые статистические преимущества перед остальными направлениями. Вдоль этого направления наблюдается избыточное передвижение электронов, т.е. наблюдается процесс прохождения электрического тока.

Рассмотрим теперь некоторые количественные аспекты модели Друде для их количественной и качественной детализации, причем сформулируем эти аспекты в виде исходных критериев модели.

2.2. Исходные критерии модели Друде

I. В 1990 году не было еще известно атомарное строение вещества, т.е. характер и природа тяжелых неподвижных частиц в модели Друде. С другой стороны, были хорошо изучены явления химической кинетики, хорошо известно, что такое валентность вещества. Не было только известно, чем эта валентность обусловлена. Поэтому Друде просто предположил, что такие положительные частицы имеются "де факто". При этом величину заряда на положительной частице он определил как количество электронов, отданное в окружающее эти частицы пространство. Число отданных электронов принято сейчас называть валентностью данного элемента, а полученная при этом заряженная частица носит название иона.

Чтобы не пользоваться терминологией начала столетия, используем именно эти термины, поскольку они уже привычны для нас, и, кроме этого, не вносят в модель Друде ничего нового.

Итак, в модели Друде положительно заряженные ионы окружены электронным газом. Объемная концентрация электронов в металле N_V может быть при этом найдена как произведение количества атомов металла в единице объема N_A на величину валентности Z данного вещества:

$$N_V = N_A \cdot Z. \quad (1)$$

Определение количества атомов в единице объема — это задача школьного уровня, поскольку, зная число Авогадро $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ (оно было к 1900 году хорошо известно из классической химии и физической химии), достаточно составить пропорцию, учитывающую плотность вещества (удельный вес):

А грамм вещества содержит N_A атомов,

ρ_V грамм вещества содержит N_V атомов,
откуда

$$N_V = \frac{\rho_V N_A}{A}, \quad (2),$$

где ρ_V — плотность вещества в граммах, а A — атомный вес вещества, известный из таблицы Менделеева.

Кстати, здесь же следует отметить, что таблица Менделеева, а точнее его периодический закон получил всеобщее признание только за 10 лет до создания модели Друде в 1890 году. Это лишний раз подчеркивает, как динамично развиваются некоторые области знаний, насколько быстро достижения в одной области знаний подхватываются в других и способствуют их ускоренному развитию.

Величина валентности металла с первого взгляда не вызывает проблем. Однако при более тщательном рассмотрении этого вопроса возникает ситуация неопределенности. Например, железо имеет валентность и 2, и 3; рений также имеет различные валентности от I до 7. Аналогичным образом ведут себя многие металлы (за исключением щелочных). Другими словами, при определении валентности элементов, которые сегодня принято относить к переходным, т.е. с непосредственными внутренними электронными оболочками, возникает неопределенность количественного характера.

В модели Друде этот вопрос вначале был решен весьма просто. Величина валентности Z , входящая в формулу (1) для определения концентрации электронов, принималась как максимально возможная для данного элемента. Например, для меди это двойка, для железа — тройка, для рения — семерка и т.д.

2. В качестве второго критерия модели Друде положено условие

свободных и независимых электронов. Для того, чтобы пояснить смысловую нагрузку на этот критерий, вновь обратимся к рис. I.

В интервале между столкновениями не учитывается взаимодействие электронов как друг с другом, так и с положительно заряженными ионами. При этом отсутствие взаимодействия электронов друг с другом — это условие независимых электронов. Отсутствие взаимодействия электронов с положительными ионами — это условие свободных электронов.

На первый взгляд такие критерии вызывают сомнения, ведь силы кулоновского взаимодействия достаточно велики, а поля, создаваемые всем многообразием положительных и отрицательных частиц в объеме металла, должны быть достаточно сложными и не могут не оказывать влияния на процесс движения электронов. Однако такое грубое с первого взгляда предположение легко также грубо и опровергнуть: суммарное электрическое поле в какой-либо выбранной точке на рисунке I от всей совокупности частиц: и положительных, и отрицательных, за исключением рассматриваемого электрона — практически равно нулю вследствие очень большого количества этих частиц (порядка числа Авогадро в одном кубическом сантиметре, как показывают расчеты по формуле (2)).

Критерий свободных и независимых электронов, несмотря на кажущуюся некорректность, оказывается одним из наиболее неуязвимых моментов теорий металлов, находящихся при нормальных условиях, по сравнению с другими критериями.

3. На рис. I процесс столкновения электрона с ионом — это процесс, протекающий практически мгновенно по закону соударения упругих шаров и не учитывает зарядового состояния сталкивающихся частиц. Кроме этого процесса, не наблюдается процесса столкновения электронов друг с другом или ионов друг с другом.

В течение длительного времени после того, как Друде предложил свою теорию, в течение длительного времени различные ученые пытались детализировать, детально рассмотреть акт столкновения электрона с ионом. При этом предпринимались попытки уточнить достоверность теории путем учета кулоновского взаимодействия электрона и иона, ввести в модель геометрические размеры электрона и иона для учета возможных направлений полета электрона после акта столкновения, учета соотношения масс сталкивающихся частиц и т.п. Однако, как оказалось в конечном итоге, громоздкие расчеты не вносили сколько-нибудь заметного вклада в конечный количественный и качественный результат теории.

Акт столкновения на рис. I сопровождается установлением тер-

динамического равновесия между электроном и ионами, т.е. между электроном и всем объемом металла. При этом считается, что состояния ионов описываются статистикой Максвелла-Больцмана и не меняются при столкновениях с электронами значительно. В то же время электроны, столкнувшись с ионами, полностью теряют ранее приобретенные характеристики (например, скорость направленного движения и энергию за счет внешнего электрического поля). Здесь еще раз следует отметить, что в соответствии с разделом 2.1 настоящего пособия, в теории Друде внешнее электрическое поле действует только на электроны и не действует на ионы. Кроме этого, электрическое поле не изменяет максвелловского распределения электронов по скоростям.

5. Одним из важнейших терминов в модели Друде является время релаксации τ . Это время имеет несколько физических смыслов, поскольку является элементом теории вероятности и не может быть интерпретировано однозначно.

Пусть вероятность того, что за бесконечно малый промежуток времени электрон на рис. 1 претерпит столкновение с ионом, будет равна величине dt/τ . Следовательно, за единицу времени вероятность столкновения электрона с ионом будет равна τ^{-1} . По этой причине время релаксации τ можно интерпретировать как среднее время между двумя актами соударения рассматриваемого электрона и ионами. С другой стороны, это ведь среднее время пробега электрона, поэтому электрон, выбранный наугад в данный момент времени, будет двигаться в течение времени τ до следующего столкновения или уже двигался до данного момента времени в течение этого времени.

При использовании модели Друде для описания конкретных свойств металлов предполагают, что величина времени релаксации τ не зависит от координат электрона в металле, т.е. его местоположения.

Итак, мы перечислили пять основных критериев, которые положены в основу теории металлов Друде и позволяют с использованием теории классического газа определить основные свойства металлов. Проиллюстрируем это на нескольких практически важных примерах.

2.3. Статическая электропроводность металлов

В этом параграфе мы рассмотрим реакцию металла на внешнее воздействие, представляющее собой электрическое поле постоянной величины. Величиной, связывающей внешнее воздействие — электрическое поле $\vec{E}$, с реакцией на это воздействие — электрическим током $\vec{j}$, является электропроводность металла σ_0 :

$$\vec{j} = \sigma_0 \vec{E}. \quad (3)$$

Величина электропроводности является величиной, обратной удельному сопротивлению металла ρ_0 :

$$\rho_0 = \sigma_0^{-1} = \frac{1}{\sigma_0}. \quad (4)$$

В дальнейшем следует иметь в виду, что в приведенных формулах, как и здесь, имеются в виду свойства и параметры металлов, отнесенные к единице объема, т.е. так называемые удельные электропроводности, проводимости, удельные сопротивления и т.д. При этом перейти в случае надобности от удельного сопротивления к просто сопротивлению образца можно легко с учетом конкретных геометрических размеров последнего. Например, для цилиндрического образца площадью сечения S (см. рис. 2) и длиной ℓ' сопротивление, удельное сопротивление и удельная электропроводность связаны следующим соотношением:

$$R = \rho_0 \frac{\ell'}{S}. \quad (5)$$

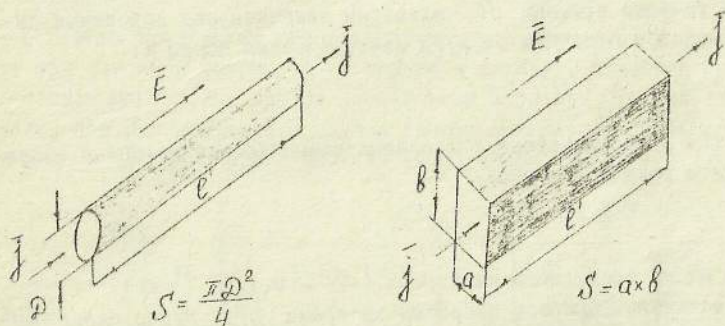


Рис. 2. К определению удельной электропроводности металлов

Кроме этого, следует учитывать, что соотношение (3) выполняется для небольших плотностей тока, т.е., когда электропроводность не зависит от напряженности электрического поля. Случай больших плотностей тока и соответствующих этому нелинейных эффектов в модели Друде не рассматривается.

Определим теперь величину плотности тока $\vec{j}$ через образец на рис. 2 как поток заряда, пересекающий единицу площади в направлении

поля за единицу времени:

$$\vec{j} = -en_v \vec{v}, \quad (6)$$

где $-e$ - заряд электрона;

n_v - концентрация электронов в единице объема;

$\vec{v}$ - средняя скорость движения электронов.

В случае отсутствия электрического поля $\vec{E}$, как это следует из анализа раздела 2.1 настоящего пособия, средняя скорость движения электронов $\vec{v}$ обращается в нуль как по величине, так и по направлению. При этом электрический ток через образец j будет равен нулю.

В том случае, когда электрическое поле $\vec{E} \neq 0$ (например, на рис. 2 направлено слева направо), средняя скорость электронов уже будет отлична от нуля, т.е. в образце в соответствии с формулой (6) потечет ток. Рассчитаем его величину в соответствии с моделью Друде.

Зафиксируем какой-либо момент времени t_0 и начнем в этот момент времени наблюдать за одним из электронов. При этом в момент времени t_0 его скорость можно записать как величину $\vec{v}_0$. Через некоторое время dt (которое должно быть меньше величины времени релаксации τ) скорость электрона изменится. Это обусловлено тем, что в течение времени dt электрон двигался под действием силы, обусловленной отличным от нуля электрическим полем $\vec{E}$:

$$|\vec{F}| = e\vec{E}. \quad (7)$$

При этом в соответствии с законами классической механики, электрон двигался равноускоренно:

$$m_e d\vec{v} = \vec{F} dt = e\vec{E} dt, \quad (8)$$

где m_e - масса свободного электрона ($m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ кг).

Следовательно, прирост скорости за время dt будет равен $\frac{e\vec{E} dt}{m_e}$. Суммарная скорость электрона с учетом его начальной скорости $\vec{v}_0$ будет равна

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + d\vec{v}. \quad (9)$$

Усредним полученный результат по всем электронам:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + d\vec{v} = \frac{e\vec{E} dt}{m_e} = \frac{e\vec{E} \tau}{m_e}. \quad (10)$$

При усреднении учитывалось, что первый член в уравнении (10), как и в случае отсутствия электрического поля, равен нулю; это результат усреднения скорости, обусловленного броуновс-

ким движением "электронного газа" металла. Усреднение второго слагаемого дает величину в два раза меньшую, чем максимальная скорость в конце рассматриваемого промежутка времени минус скорость в начале рассматриваемого промежутка времени. Вместе с тем, среднее время между данным моментом времени и актом последующего столкновения равно времени релаксации τ (см. п.5 раздела 2.2).

Подставив полученный результат после усреднения в соотношение (6), а также учитывая соотношение (3), получим

$$\bar{j} = e n_v \cdot e \frac{\bar{E} \tau}{m_e} = \frac{e^2 n \tau}{m_e} \cdot \bar{E}, \quad (11)$$

$$\sigma_0 \equiv j_0 = \frac{e^2 n \tau}{m_e} \quad (12)$$

Полученная итоговая формула определяет величину электропроводности металлов в соответствии с моделью Друде в статических полях и является по существу законом Ома.

2.4. Количественная оценка исходных критериев модели Друде

Основным критерием, обуславливающим правомочность или неправомочность той или иной теории (и не только в физике), является практика, т.е. экспериментальные данные о свойствах металлов. Такими данными являются для рассмотренного случая данные о величине удельного сопротивления металлов при комнатной температуре, табл. I.

Таблица I

	Li	Na	Ag	Cu	Zn	Al	Mn	Pb	Sb
$\rho, 10^{-10} \text{ Ом} \cdot \text{см}$	1	1	1	2	2	3	3	4	5
$\rho, 10^{-10} \text{ Ом} \cdot \text{см}$	4,7	2,65	5,86	8,47	13,2	18,1	11,5	13,2	16,5
$\tau, 10^{-14} \text{ с}$	8,55	4,2	1,51	1,56	5,5	2,45	8,0	19,0	39
$\tau, 10^{-14} \text{ с}$	0,88	3,2	4,0	2,7	0,49	0,8	0,38	0,14	0,055
$\ell, 10^{-10} \text{ м} = 1 \text{ \AA}$	10,2	37,1	46,4	31,3	5,68	9,28	4,41	1,62	0,639
$\ell, 10^{-10} \text{ м} = 1 \text{ \AA}$	349	423	409	361	266	405	459	495	451

Перепишем формулу (12) в несколько ином виде:

$$\tau = \frac{\sigma_0 m_e}{e^2 n_v} = \frac{m_e}{\rho_0 e^2 n_v} \quad (13)$$

Подставляя в эту формулу численные значения физических констант $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ кг, $e = 1,6 \times 10^{-19}$ Кл, а также N_v и ρ_0 из табл. I, получим численные значения для времени релаксации τ (см. предпоследнюю строку табл. I).

Как видно из таблицы, время релаксации τ находится в пределах $10^{-14} + 10^{-15}$ с. При этом заметной взаимной корреляции величины τ с другими свойствами металлов не наблюдается.

Прежде всего, следует отметить, что $\tau \in (10^{-14} - 10^{-15})$ с находится в области частот $\nu \sim \tau^{-1}$, отвечающих району видимой, обычным глазом части спектра электромагнитных излучений. Кроме этого, этот диапазон ν захватывает также ближнее инфракрасное и ультрарадиолетовое излучение. Исходя из этого, а также с учетом рассмотренной в разделе 2.3 модели электропроводности, можно сделать вывод, что сопротивление металлов в случае использования переменных электрических полей и описываемое в рамках модели Друде до частот порядка τ^{-1} не будет зависеть от частоты. Детальный анализ этого заключения будет рассмотрен в разделе 2.7.

Произведем теперь количественную оценку средней длины свободного пробега $\bar{\ell}$ электрона между двумя соударениями:

$$\bar{\ell} = \bar{v} \tau. \quad (I4)$$

Здесь $\bar{v}$ (средняя скорость движения электрона в любом направлении) практически не изменяется при наложении на металл электрического поля с напряженностью $\bar{E}$ (см. последнее предложение четвертого критерия, раздел 2.2). По этой причине, воспользовавшись известным соотношением статистической термодинамики (физики), получим

$$\frac{m_e \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} k T, \quad (I5)$$

где k - постоянная Больцмана ($k = 8,617 \times 10^{-5}$ эВ/К),
 T - абсолютная температура ($^{\circ}\text{K}$).

Соотношение (I5) отражает тот факт, что на каждую степень свободы у частицы приходится энергия, равная 0,5 кТ. Поскольку электрон в модели Друде имеет три степени свободы (ему разрешено движение в трехмерном пространстве), то средняя кинетическая энергия движения электрона в пространстве равна утроенному значению 0,5 кТ.

Из соотношения (I5) получаем

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}} \approx 100 \frac{\text{км}}{\text{с}} \quad (I6)$$

т.е. порядка $10^5 \text{ м/с} = 10^7 \text{ см/с}$ (сто километров в секунду).

Такая скорость, которая намного меньше скорости света ($c = 300000 \text{ км/с}$), действительно давала Друде право считать электрон классической частицей, а не релятивистской. (Хотя это право он осознать был не в состоянии: до создания Эйнштейном своих теорий оставались годы). И именно поэтому электрон достаточно хорошо подчинялся законам ньютоновской механики.

С использованием численного значения $\bar{v} = 1,16 \times 10^5 \text{ м/с}$, а также соотношения (14), получаем значения $\bar{\ell}$ (табл. I, предпоследняя строка). По порядку величины $\bar{\ell}$ находится в пределах $1 \div 10 \text{ \AA}$, что весьма близко к величинам среднего межионного расстояния $\bar{d}$ в металлах (последняя строка в табл. I). Численные значения $\bar{d}$ оценены следующим образом.

Разделив значение N_v на Z (по табл. I), находим N_v — количество ионов в 1 см^3 металла. Извлекая кубический корень из N_v , находим среднее расстояние $\bar{d}_1$ между ионами по осям x , y и z : $\bar{d}_1 = (N_v)^{1/3}$. Поскольку распределение ионов в пространстве хаотично (понятием кристаллической решетки в модели Друде не оперируют), то значение $\bar{d}$ находим как среднее статистическое значение

$$\bar{d} = \sqrt[3]{\frac{3}{N_v}} = \sqrt[3]{3} \cdot \bar{d}_1 \quad (17)$$

Таким образом, в элементарной модели Друде в соответствии с рис. I столкновение электрона с неподвижным ионом происходит практически с каждым ионом. Другими словами, электрон не летит "мимо" ионов, а сталкивается практически со всеми. И вероятность того, что электрон совершает прямолинейное перемещение типа 1, 2 и 3 на рис. I крайне незначительна. Более вероятна, например, траектория 4 и 5.

2.5. Температурная зависимость удельного сопротивления в теории Друде

Для оценки температурной зависимости удельного сопротивления воспользуемся формулой (12):

$$\rho_0 = \frac{m_e}{e^2 n_v \tau} \quad (18)$$

Поскольку m_e и e от температуры зависеть не могут (это физические константы), то ответ следует искать в температурной зависимости n_v и τ .

Строго подходить к решению этой задачи, следует учитывать изменение n_v по следующим причинам. В соответствии с соотношением (2), N_v является линейной функцией плотности металла ρ_v (не путать

ρ_v с удельным сопротивлением ρ_0). С увеличением (уменьшением) температуры плотность вещества, как правило, уменьшается (возрастает). Однако, коэффициент линейного расширения металлов находится на уровне $(1-4) \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Следовательно, нагрев металла от 300 К (комнатная температура) до 600 К (до ~ 300 С) изменяет линейные размеры металлов примерно на 0,01%, что крайне незначительно. По этой причине N_v считается здесь температурно независимой величиной.

Изменение валентности (т.е. величины Z) металлов также не может быть привлечено для объяснения температурной зависимости удельного сопротивления металлов. В случае элементов переменной валентности на величину Z (Т) еще можно было бы сослаться. Но как же быть с группой одновалентных щелочных металлов?! Не создавать же для каждой группы металлов индивидуальные модели.

Общим для всех металлов является следующий подход. Время релаксации τ определяется следующим соотношением:

$$\tau = \frac{\bar{v}}{\bar{v}^2} \quad (19)$$

Это несколько иначе переписанное соотношение (14). Физический смысл входящих в него величин мы уже обсудили. Поэтому можно принять, что $\bar{v}$ является температурно независимой величиной. В то же время величина $\bar{v}^2$ была нами определена из соотношения (15) следующим образом:

$$\bar{v}^2 = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}} \quad (20)$$

Подставляя это значение для $\bar{v}^2$ в выражение (19) для τ , а последнее в соотношение (18), получаем в явном виде температурную зависимость удельного сопротивления:

$$\rho_0 = \frac{m_e \sqrt{3kT}}{e^2 n_v \bar{v} m_e} = \frac{\sqrt{3kT} m_e}{e^2 n_v \bar{v}} \cdot \sqrt{T} = A \sqrt{T}, \quad (21)$$

где в первом приближении A — температурно независимая величина.

Таким образом, теория Друде предсказывает рост удельного сопротивления металлов с ростом температуры, причем ρ_0 возрастает пропорционально корню квадратному из температуры. В качестве примера, иллюстрирующего точность предсказаний величины

ρ_0 в диапазоне температур, служит табл.2. Здесь приведены экспериментальные и рассчитанные по теории Друде величины удельных сопротивлений, причем за базу приняты значения удельных сопротивлений при 273 К (нуль градусов по шкале Цельсия), см. рис.3 и данные табл.2

10^{-6} Ом см	<i>Li</i>	<i>Ag</i>	<i>Sn</i>	<i>Zn</i>	<i>Al</i>	<i>Sn</i>	<i>Pb</i>
$\rho_0, 273K$	8,55	1,51	1,56	5,5	2,45	8,0	19,0
$\rho_{0 \text{ экп.}}, 77K$	1,04	0,3	0,2	1,8	0,3	1,8	4,7
$\rho_{0 \text{ расч.}}, 77K$	4,54	0,803	0,83	2,93	1,3	4,26	10,1
$\rho_{0 \text{ экп.}}, 373K$	12,4	2,13	2,24	7,8	3,55	12,1	27,0
$\rho_{0 \text{ расч.}}, 373K$	9,99	1,77	1,82	6,43	2,86	9,35	22,2

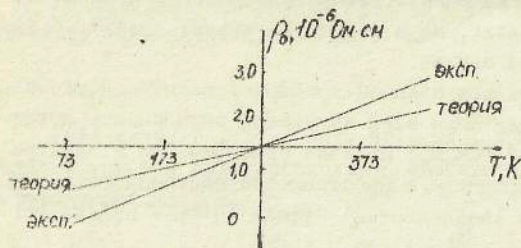


Рис. 3. Теоретическая (х) и экспериментальная (•) зависимости от температуры

Обращает на себя внимание то, что модель Друде предсказывает более слабую зависимость удельного сопротивления от температуры, чем экспериментальная.

При этом эксперимент указывает, как правило, на линейную зависимость удельного сопротивления меди ρ_0 от температуры, рис.3

$$\rho_{0 \text{ экп.}} \approx BT. \quad (22)$$

В этом соотношении величина B , также как и величина A в соотношении (21), не зависит от температуры.

2.6. Кинетическое уравнение движения электронного газа в модели Друде

Рассмотренный в разделе 2.3 случай - статическая электропроводность металлов - является простейшим для количественного описания случаев. Действительно, в этом разделе анализировалось воздействие

постоянной во времени и пространстве одной силы $\vec{F} = e\vec{E}$, обусловленной отличным от нуля электрическим полем напряженности $\vec{E}$. В случае переменных во времени и пространстве нескольких полей (в том числе и полей, различных по своей природе, например, магнитного и электрического) намного усложняет математическое описание модели. Вопрос усложняется тем обстоятельством, что в модель Друде входит как важнейший параметр время релаксации τ . Не имея ясной физической теории, характеризующей время τ , невозможно рассматривать более сложные, чем в разделе 2.3, ситуации.

Тем не менее существует ряд эффектов в металлах, которые в конечном итоге не требуют точной модели в отношении τ . А с другой стороны, это очень важные, имеющие большой практический интерес эффекты (и не только в металлах, но и вообще в твердых телах). К таким эффектам относятся два случая.

1. Поведение металлов при наличии пространственно-однородного постоянного магнитного поля. При этом изучается способность металла проводить электрический ток при наличии одновременно и электрического и магнитного однородного в пространстве постоянного полей $\vec{E}$ и $\vec{B}$. При этом изучаются (наблюдаются) эффект Холла и эффект магнетосопротивления.

2. Электропроводность металлов при наличии переменного, но пространственно-однородного электрического поля. При этом изучают высокочастотную электропроводность металлов.

Для описания обоих случаев используется относительно простой математический исходный аппарат и единое уравнение: получим это уравнение, исходя из следующих соображений.

Движение любого материального тела подчиняется закону сохранения энергии и импульса. При этом для нерелятивистского электрона, каким является электрон в теории Друде, величина энергии $E_{кин}$ связана с величиной импульса $\vec{P}$ следующим соотношением:

$$E_{кин} = \frac{\vec{P}^2}{2me} \quad (23)$$

Через величину и направление импульса $\vec{P}$ легко определить величину и направление плотности тока $\vec{j}$:

$$\vec{j}(t) = en_v \vec{v}(t) = en_v \frac{\vec{p}(t)}{me} \quad (24)$$

В соотношении (24) в отличие от соотношения (6) величина и направление скорости $\vec{v}$ является явной функцией времени.

Таким образом, зная величину импульса электрона $\vec{p}(t)$ в любой момент времени t , мы будем знать как величину его энергии.

(т.е. следить за выполнением закона сохранения энергии), так и сумеем определить величину и направление тока через образец $\vec{j}(t)$.

Обратимся еще раз к рис. I и будем иметь в виду, что на электрон действуют внешние силы, упоминавшиеся в данном подразделе: электрическое и (или) магнитное поле. Зафиксируем произвольный момент времени t ; этому времени отвечает импульс электрона $\vec{p}(t)$. Через некоторый промежуток времени $dt \ll T(dt \rightarrow 0)$ импульс электрона за счет действия внешних сил изменится на некоторую величину. Поэтому в момент времени $t+dt$ величина импульса будет равна $\vec{p}(t+dt)$. Определим $\vec{p}(t+dt)$ с учетом того, что процесс столкновения электрона с ионами является вероятностным процессом.

За интервал времени от t до $t+dt$ вероятность того, что электрон испытает столкновение с ионом, будет равна:

$$W_1 = \frac{dt}{\tau}. \quad (25)$$

Следовательно, к моменту времени $t+dt$ электрон не столкнется с ионом и будет продолжать двигаться под действием внешних сил с вероятностью:

$$W_2 = 1 - W_1 = 1 - \frac{dt}{\tau}, \quad (26)$$

поскольку $W_1 + W_2 = 1 \rightarrow$ достоверное событие.

Двигаясь в течение времени dt без столкновений, электрон приобретет в среднем дополнительный импульс

$$d\vec{p} = d(m_e \vec{v}) = m_e d\vec{v}. \quad (27)$$

В этой записи учтено, что электрон в модели Друде нерелятивистский и поэтому в процессе движения его масса постоянна (см. также соотношение (16) и соответствующий контекст). Кроме этого, наличие неизменной в пространстве силы $\vec{F}(t)$ дает возможность записать $d(\vec{F}t) = \vec{F}dt$, имея в виду под силой $\vec{F}(t)$ среднюю силу, действующую на электрон со стороны электрического и (или) магнитного поля.

Таким образом, к времени $t+dt$ величина среднего импульса

$$\vec{p}(t+dt) = \vec{p}(t) + d\vec{p} = \vec{p}(t) + \vec{F}(t)dt. \quad (28)$$

С учетом соотношения (26) реальная, действительная величина среднего импульса электрона к моменту времени $t+dt$ будет равна

$$\vec{p}(t+dt) = [\vec{p}(t) + \vec{F}(t)dt] \left(1 - \frac{dt}{\tau}\right) = \vec{p}(t) + \vec{F}(t)dt - \frac{\vec{p}(t)dt}{\tau} + \vec{F}(t)\frac{dt^2}{\tau}. \quad (29)$$

Перенеся в соотношении (29) $\bar{p}(t)$ в левую часть и разделив обе части (29) на dt , получим

$$\frac{\bar{p}(t+dt) - \bar{p}(t)}{dt} / dt \rightarrow 0 = \frac{d\bar{p}(t)}{dt} = \bar{F}(t) - \frac{\bar{p}(t)}{\tau}, \quad (30)$$

так как $\frac{\bar{F}(t)dt}{\tau} \rightarrow 0$ при $dt \rightarrow 0$; $dt \ll \tau$.

Учтем теперь вклад в величину среднего импульса электрона той величины, которая обусловлена электронами, испытывавшими за время, меньшее чем dt , столкновение с ионами. Для этого отметим, что доля таких электронов в общем их количестве равна dt/τ и при $dt \ll \tau$ ее можно было бы пренебречь. Кроме того, если за время dt электрон все же испытает столкновение и обусловит в дальнейшем вклад в величину импульса к моменту $t+dt$, то величина этого вклада не будет превышать величины $\bar{F}(t)dt$. Следовательно, дополнительная добавка в соотношении (29) будет порядка $\bar{F}(t)dt \cdot \frac{dt}{\tau} = \bar{F}(t) \frac{dt^2}{\tau}$. Поэтому в итоговом соотношении (30) эта величина также не появится:

$$\lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\bar{F}(t)dt}{\tau} = 0 \text{ при } dt \rightarrow 0.$$

Сравним теперь соотношения (27) и (30), написав их рядом в несколько измененном виде:

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \bar{F}(t); \quad \boxed{\frac{d\bar{p}}{dt} = \bar{F}(t) - \frac{\bar{p}(t)}{\tau}}. \quad (31)$$

Первое из этих соотношений — уравнение движения электрона, не испытывающего акта столкновения (второй закон Ньютона). Второе же уравнение содержит член $-\frac{\bar{p}(t)}{\tau}$, учитывающий "трение" электронов за счет актов столкновения. Именно наличие этого члена ограничивает кинетические свойства электронов в модели Друде и приводит к отличному от нуля удельному сопротивлению металлов (в том числе и при нулевой температуре!), а также появлению понятия "диэлектрическая проницаемость металлов".

Рассмотрим теперь частные случаи применения соотношения (30).

5 2.7. Высокочастотная электропроводимость и диэлектрическая проницаемость металлов

В отличие от статического электрического поля $\vec{E}$ (см. раздел 2.3), воздействуем на металлы переменным электрическим полем $\vec{E}(t)$. Для простоты математического анализа будем считать $\vec{E}(t)$ периодическим синусоидальным, причем амплитуда поля по времени пусть не меняется.

После оговоренных критериев можно было бы записать в следующем виде $\vec{E}(t)$:

$$\vec{E}(t) = \vec{E}(\omega) \cos \omega t; \quad \vec{E}(t) = \vec{E}(\omega) \sin \omega t, \quad (32)$$

где $E(\omega)$ — частотозависимая амплитуда напряженности электрического поля $\vec{E}(t)$. Однако более удобной и наглядной формой записи является все же комплексная форма записи, а именно

$$\vec{E}(t) = \text{Re}[\vec{E}(\omega)e^{i\omega t}]. \quad (33)$$

Знак при $i\omega t$ может быть в принципе как положительным, так и отрицательным. Напомним, что выражению (33) отвечает запись, аналогичная соотношению (32),

$$\vec{E}(t) = \vec{E}(\omega)e^{i\omega t} = \vec{E}(\omega)\cos\omega t \pm i\vec{E}(\omega)\sin\omega t. \quad (34)$$

С учетом соотношения (33), кинетическое уравнение движения электрона (31) примет вид

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{\vec{p}}{\tau} - e\vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}, \quad (35)$$

поскольку $\vec{F}(t) = -e\vec{E}(t)$.

Примечание

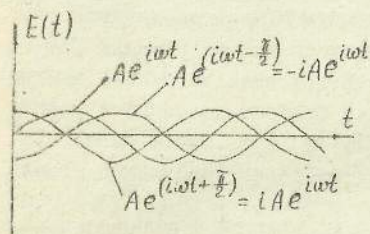


Рис. 4. К обоснованию выбора формы записи электрического поля

Знак минус перед $i\omega t$ в соотношении (35) и (36) удобно выбрать просто из соображений наглядности. При этом вращение вектора $\vec{E}(t)$ и (или) $\vec{p}(t)$ на комплексной плоскости будет осуществляться по часовой стрелке. И если один из компонентов комплексной функции вида $Ae^{-i\omega t}$ окажется умноженным на $+i$, то это будет означать фазу этого компонента, равную $\varphi_0 + \frac{\pi}{2}$, где φ_0 — фаза компонента вида $Ae^{-i\omega t}$, т.е. полученный компонент будет "опережать" по фазе внешнее поле $\vec{E}(\omega)e^{i\omega t}$.

Для нахождения явного вида $\vec{p}(t)$, являющегося решением уравнения (35), будем искать $\vec{p}(t)$ в виде, аналогичном соотношению (33),

$$\vec{p}(t) = \vec{p}(\omega)e^{-i\omega t}. \quad (36)$$

Определим вид функции $\frac{d\bar{\rho}}{dt}$ путем дифференцирования соотношения (36):

$$\frac{d\bar{\rho}}{dt} = -i\omega\bar{\rho}(\omega)e^{-i\omega t}. \quad (37)$$

Осуществим подстановку соотношений (36) и (37) в базовое соотношение (35):

$$-i\omega\bar{\rho}(\omega)e^{-i\omega t} = -\frac{\bar{\rho}(\omega)e^{-i\omega t}}{\tau} - e\bar{E}(\omega)e^{-i\omega t}. \quad (38)$$

Произведя сокращения на $e^{-i\omega t}$ левой и правой частей соотношения (38) и произведя перегруппировку членов, получим следующий результат:

$$\bar{\rho}(\omega) = \frac{e\tau\bar{E}(\omega)}{1-i\omega\tau} = \frac{e\tau\bar{E}(\omega)}{1+\omega^2\tau^2}(1+i\omega\tau). \quad (39)$$

С использованием соотношения (23), из (39) получаем

$$\bar{j}(\omega) = \frac{e^2 n \tau}{m e} \cdot \frac{1}{1+\omega^2\tau^2} \cdot \bar{E}(\omega) + i \frac{e^2 n \tau}{m e} \cdot \frac{\omega}{1+\omega^2\tau^2} \cdot \bar{E}(\omega). \quad (40)$$

Так как коэффициент пропорциональности между $\bar{j}$ и $\bar{E}$ является электропроводностью σ_0 (см. соотношение (3)), то, вводя понятие комплексной электропроводности σ^* с учетом (10), получим

$$\sigma^* = \sigma' + i\sigma'' \quad (41)$$

где

$$\sigma' = \frac{\sigma_0}{1+\omega^2\tau^2}; \quad \sigma'' = \frac{\omega\tau\sigma_0}{1+\omega^2\tau^2}. \quad (42)$$

соответственно действительная и мнимая части электропроводности металлов.

2.7.1. Анализ частной зависимости электропроводности металлов

Обратимся к рис. 5, на котором изображена частотная зависимость σ' и σ'' в соответствии с (42).

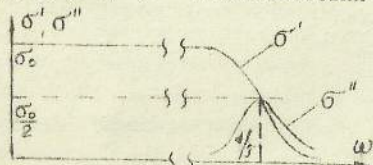


Рис. 5. Частотная зависимость компонентов комплексной электропроводности металлов

При $\omega \ll \frac{1}{\tau}$ величиной $\omega\tau$, а тем более $(\omega\tau)^2$ по сравнению с единицей можно пренебречь. Поэтому в области низких частот $\sigma' = \sigma_0$; $\sigma'' = 0$ и от частоты не зависит.

При $\omega = \frac{1}{\tau}$ значение σ' становится равным $0.5\sigma_0$ и при дальнейшем увеличении частоты умень-

шается, стремясь в пределе к нулевому значению: $\sigma' \sim \sigma_0 (\omega T)^{-2}$ при $\omega \gg T^{-1}$, так как единицей в знаменателе соотношений (42) по сравнению с $(\omega T)^2$ можно пренебречь.

Численное же значение σ'' при росте ω (пока $\omega < \frac{1}{T}$) возрастает, достигая максимума при $\omega = T^{-1}$. Максимальное значение $\sigma''_{\max} = 0,5 \sigma_0$ (доказать самостоятельно). При дальнейшем увеличении ω σ'' уменьшается, и при $\omega \gg T^{-1}$ $\sigma'' \sim \sigma_0 (\omega T)^{-1}$, т.е. убывает медленнее, чем σ' , оставаясь все время больше σ'' в ωT -раз. В пределе же σ'' , так же как и σ' , стремится к нулю при $\omega \rightarrow \infty$, рис.5.

Как следует из раздела 2.4 (см. табл. I), численные значения в целом для металлов лежат на уровне $(10^{-14} \div 10^{-15})$ с. Следовательно, вплоть до частот $\omega = 25 f \sim \frac{1}{T}$ сопротивление металлов по модели Друде практически не меняется и является действительной величиной. Другими словами, электропроводность (удельное сопротивление ρ) до частот порядка $\frac{1}{T}$ является частотнонезависимой величиной. При $\omega > \frac{1}{T}$ электропроводность уменьшается; это можно трактовать как своеобразное увеличение массы электрона с ростом частоты в соотношении (12) (соответствующее логическое обоснование этого положения студентам предлагается провести самостоятельно).

Следует еще раз подчеркнуть, что величина $\omega \sim \frac{1}{T}$ соответствует ИК, видимому и ближнему ультрафиолетовому диапазону электромагнитных волн, что является фундаментальным, исключительно важным моментом в вопросах свойств окружающей нас природы.

Кроме этого, вид $\sigma'(\omega)$, представленный на рис.5, нельзя понимать буквально. Провести эксперимент для подтверждения зависимости $\sigma'(\omega)$ в соответствии с рассмотренной моделью практически невозможно. Дело в том, что предсказанная зависимость $\sigma'(\omega)$ при проведении эксперимента "маскируется" емкостью измерительной аппаратуры, чисто геометрического происхождения емкостными и индуктивными свойствами исследуемого образца, неучтенными пока физическими эффектами (например, скин-эффект) и т.п.

2.7.2. Оптические свойства металлов.

6 "Диэлектрическая проницаемость" металлов

Рассмотрим, какой физический смысл можно придать мнимой части электропроводности σ'' .

Прежде всего, следует отметить, что фаза σ'' опережает фазу σ' на $\frac{\pi}{2}$ (перед значением σ'' в соотношении (41) стоит знак i с плюсом; см. также "примечание" в разделе 2.7). Следовательно, если σ' носит активный характер, то σ'' - емкостной. Поэтому σ'' по аналогии с терминологией теории электрических цепей

(или радиотехники) следует трактовать как емкостную электропроводность металла.

Поскольку емкостная проводимость

$$\sigma_c = i\omega \epsilon_{gg} = i\omega \epsilon_r \epsilon_0, \quad (43)$$

где ϵ_r — относительная диэлектрическая проницаемость материала (её действительная часть), а $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ — диэлектрическая постоянная (в а.е.м.).

Сравнивая (43) и величину σ'' в соотношении (42), можно записать

$$\epsilon_{rMe} = \frac{\sigma''}{\epsilon_0(1+\omega^2\tau^2)}, \quad (44)$$

где ϵ_{rMe} — "диэлектрическая проницаемость" металла на частоте ω .

Особо подчеркнем, что соотношение (44) имеет смысл только в области частот $\omega \sim \frac{1}{\tau}$, поскольку только здесь имеет смысл понятие σ'' .

В соответствии с уравнением

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (45)$$

коэффициент преломления n в оптическом диапазоне зависит от диэлектрической проницаемости материала ϵ_r и его магнитной проницаемости μ_r . Если для простоты положить $\mu_r = 1$ (немагнитный материал), то $n = \sqrt{\epsilon_r}$; $n^2 = \epsilon_r$.

С учетом соотношения (44) следует вывод, что в области частот $\omega = \frac{1}{\tau}$ и более высоких металлы обладают конечным значением n , а следовательно, становятся частично прозрачными для электромагнитного излучения и тем самым в совокупности уменьшением σ' (ростом ρ) теряют металлические свойства и приобретают свойства диэлектриков!! Другими словами, между металлами и диэлектриками начинает стираться грань в области частот видимого диапазона и особенно ультрафиолетового (см. рис.5 и соответствующие замечания по соотношению величин σ' и σ''). Металлы начинают проявлять диэлектрические свойства!

Этот вывод, который следует из анализа примитивной (ее иногда называют наивной) теории металлов Друде, тем не менее имеет в настоящее время большое практическое значение. Оптические свойства металлов, связанные с комплексным характером их проводимости (и удельного сопротивления) явились базой для развития нового научного направления в области естественных наук — металлооптики, см. например [2].

В качестве примера приведем экспериментально определенные коэффициенты преломления n для длины волны $\lambda = 5893 \text{ \AA}$, взятые из

работы [2] (табл.3), а также длины волн, при которых щелочные металлы становятся прозрачными, [3,4] , табл.4.

Таблица 3

Коэффициенты оптического преломления для
некоторых металлов при $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ (желтый цвет)

Металл	Натрий	Серебро	Магний	Золото	Ртуть	Медь	Никель	Железо
n	0,05	0,18	0,37	0,37	1,62	0,61	1,8	1,51

Таблица 4

Наблюдаемые экспериментально и рассчитанные теоретически длины волн, ниже которых металлы становятся прозрачными

Металл	Литий	Натрий	Калий	Рубидий	Цезий
Длина волны, эксперимент, $\text{\AA}$	2000	2100	3100	3600	4400
Длина волны, теория, $\text{\AA}$	1500	2000	2800	3100	3500

Как видно из этой таблицы, только для цезия порог прозрачности лежит в фиолетовой части спектра. Остальные же металлы приобретают это свойство только в ультрафиолетовой части спектра электромагнитных излучений.

2.8. Поведение металлов в скрещенных электрическом и магнитном статических полях

В том случае, когда изучается поведение твердых тел при наличии одновременно электрического и магнитного полей, говорят в целом о гальваномагнитных явлениях, происходящих при этом. Наиболее важными с практической точки зрения являются эффекты Холла, магнетосопротивления и Эттингсгаузена. Последний эффект является для твердых тел, в которых существуют два типа носителей (электроны и дырки), т.е. в полупроводниках. По этой причине в данном методическом пособии эффект Эттингсгаузена рассматриваться не будет.

2.8.1. Понятие эффекта Холла и магнетосопротивления

В 1879 году американский физик Эдвин Герберт Холл (1855–1938 гг.) изучал эффекты прохождения электрического тока через различные вещества, в том числе и через металлы. Следует понять характер рассуждений 24-летнего молодого исследователя Холла в историческом аспекте. Ведь тогда, в 80–90 годы прошлого века, не была известна даже природа прохождения электрического тока. Не была создана и теория металлов Друде. Только в 1897 году Томсон предложил учитывать, что в природе существует микроскопическая частица – электрон. И только в 1900 году Друде предложил свою электронную теорию металлов.

Однако к этому времени (1880 г.) в научных лабораториях было хорошо известно об эффекте силового взаимодействия заряженных тел, двух проводников друг с другом, с током, взаимодействия проводника с током с магнитным полем и т.д. В частности, механическая сила, действующая на проводник с током со стороны постоянного магнитного поля, была использована при создании первых конструкций электрических двигателей.

Холл занимался изучением сопротивления металлов прохождению через них электрического тока. Он рассуждал так. На проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила, выталкивающая проводник из магнитного поля. На что же в таком случае действует сила – на весь проводник или только на ток? (с нынешних позиций – на электроны). Холл интуитивно думал в пользу второй версии.

При этом, думал он, если механически закрепить проводник относительно также неподвижного магнитного поля, то магнитное поле "оттеснит" ток в сторону от первоначального направления его движения. Это "оттеснение" следует рассматривать как появление некоторого дополнительного препятствия процессу прохождения электрического тока.

Следовательно, сопротивление проводника, помещенного в магнитное поле, будет больше, чем без него (эффект в последствии получил название магнетосопротивления твердых тел).

Экспериментально Холл эффекта магнетосопротивления не обнаружил. Однако он выяснил, что при этом, кроме ранее существовавшего продольного электрического поля, возникает дополнительное, направленное перпендикулярно как линиям продольного электрического поля, так и линиям магнитного поля. Этот эффект в твердых телах получил в дальнейшем название эффекта Холла.

Для того, чтобы численно описать величину эффекта Холла и магнетосопротивления, рассмотрим схему опыта, проведенного Холлом, рис. 6.

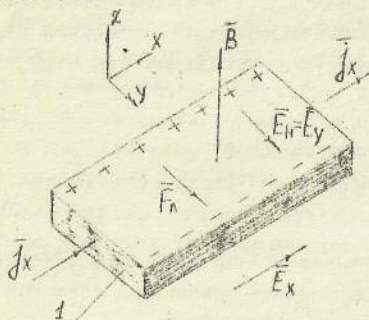


Рис. 6. Схема опыта Холла по изучению эффекта магнетосопротивления в проводниках

Проводник с током (I) помещается в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$. При этом векторы $\vec{B}$ и $\vec{E}$ (создающие в проводнике ток) в опытах Холла были взаимно перпендикулярны, как это и показано на рис. 6.

Согласно рис. 6, возникает сила Лоренца $\vec{F}_L$, направленная перпендикулярно как вектору $\vec{B}$, так и вектору $\vec{E}$, и количественно определяемая следующим образом:

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}] = [q\vec{v} \times \vec{B}] = [\vec{j}_x \times \vec{B}], \quad (46)$$

где $\vec{j}_x$ — вектор плотности тока в проводнике (I), а $\vec{B}$ — индукция магнитного поля. И вот именно на этом образце возникает поперечная разность потенциалов, обозначенная знаками "плюс" и "минус". Соответствующая этой разности потенциалов напряженность электрического поля $\vec{E}_y$ носит название электродвижущей силы Холла или поля Холла $\vec{E}_H$.

В соответствии с рис. 6, величину магнетосопротивления следует определять экспериментально как отношение величины продольного электрического поля $\vec{E}$ к величине плотности тока $\vec{j}_x$:

$$\rho_H = \frac{t}{\sigma_H} = \frac{\vec{E}_x}{\vec{j}_x}. \quad (47)$$

В этом соотношении взяты только те компоненты векторов $\vec{E}$ и $\vec{j}$ которые направлены параллельно оси X на рис.6.

Второй характеристикой эффекта, наблюдаемого в соответствии с рис.6, является величина поля $\vec{E}_N$, численно равная $\vec{E}_y$. Холл обнаружил, что величина $\vec{E}_y$ пропорциональна произведению плотности тока $\vec{j}_x$ и индукции поля $\vec{B}_z$:

$$\vec{E}_y = R_H \vec{j}_x \vec{B}_z. \quad (48)$$

Коэффициент пропорциональности

$$R_H = \frac{\vec{E}_y}{\vec{j}_x \vec{B}_z} \quad (49)$$

получил название коэффициента Холла. Как будет показано ниже, именно величина R_H , содержащая информацию о концентрации носителей заряда в твердых телах и знаке их заряда (положительные или отрицательные).

2.8.2. Описание поведения металлов Друде в скрещенных электрическом и магнитном полях

Перед тем, как приступить к математическому описанию эффектов в соответствии с рис.6, необходимо ограничить рамки применимости описания принципиальными общезначимыми критериями.

Прежде всего следует отметить, что описание эффектов будет правомочным для так называемых слабых электрических полей. Слово "слабое" не следует понимать буквально. "Слабое" магнитное поле означает здесь такое поле $\vec{B}$, при котором за время релаксации τ (см. критерий № 5 раздела 2.2. настоящего методического пособия) электрон не сможет описать траекторию, являющуюся замкнутой окружностью на рис.1. Численную оценку величины "слабого" магнитного поля $\vec{B}$ студентам предлагается провести самостоятельно.

Следует отметить также то, что направление силы Лоренца, описываемое соотношением (46), не связано со знаком заряда частиц, обуславливающих величину тока $\vec{j}$. Другими словами, и положительные, и отрицательные частицы, движущиеся в поле $\vec{E}$ на рис.6, будут отклоняться в одном и том же направлении - к ближней на рисунке продольной грани проводника. Это положение также предлагается проанализировать самостоятельно.

Для общности анализа, проводимого ниже, следует так расположить образец с током, чтобы продольная ось образца не совпадала с нап-

равлением электрического поля $\vec{E}$. Для удобства анализа при этом примем, что продольная ось образца (I) расположена параллельно оси X. При этом электрическое поле $\vec{E}$ будет содержать две компоненты E_x и E_y каждая из которых по-прежнему будет перпендикулярна полю $\vec{B}$:

$$\vec{E} = \vec{i} E_x + \vec{j} E_y, \quad (50)$$

где $\vec{i}$ и $\vec{j}$ — единичные векторы осей координат.

Приступим теперь непосредственно к описанию исследований Холла в рамках модели Друде. Для этого обратимся к кинетическому уравнению (3I): $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(t) - \frac{\vec{p}(t)}{\tau}$.

Поскольку в дальнейшем мы будем анализировать итоги воздействия поля $\vec{B}$ на металлы, то следует иметь в виду только стационарный случай, т.е. $\vec{j} = \text{const}$; $\vec{p}(t) = \text{const}$; $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$. Кроме этого, по условию задачи мы будем использовать пространственно однородные, не зависящие от времени поля $\vec{E}$ и $\vec{B}$ (см. случай I раздела 2.6). Поэтому на электрон, движущийся в металле, будут действовать две силы: кулоновская сила $\vec{F}_k = -e\vec{E}$ и сила Лоренца $\vec{F}_L = +e[\vec{v}_e \times \vec{B}]$, где $\vec{v}_e$ — вектор скорости электрона. С учетом всего вышесказанного, кинетическое уравнение принимает следующий вид:

$$0 = -e\vec{E} - \frac{e}{m_e} [\vec{p} \times \vec{B}] - \frac{\vec{p}}{\tau}. \quad (51)$$

При записи соотношения (51) сделана также очевидная подстановка, непосредственно вытекающая из соотношения (24): $\vec{p} = m_e \vec{v}_e$. Векторное уравнение (51) должно выполняться отдельно для компонентов осей X и Y одновременно. Поэтому

$$0 = -e E_x - \frac{e}{m_e} p_y B - \frac{p_x}{\tau}; \quad (52)$$

$$0 = -e E_y + \frac{e}{m_e} p_x B - \frac{p_y}{\tau}. \quad (53)$$

Индекс X при записи поля $\vec{B}$ опущен, так как это внешнее воздействие, созданное экспериментатором в соответствии с рис. 6 и не имеющее компонентов по осям X и Y.

Определим разность соотношения $\frac{eB}{m_e} : \left[\kappa_1 \cdot \frac{1}{\kappa_2} \cdot \frac{\kappa_2}{\kappa_1 \cdot c} \right] = [c^{-1}]$. Поэтому величина

$$\boxed{\omega_c = \frac{eB}{m_e}}, \quad (54)$$

зависящая от величины индукции магнитного поля $\vec{B}$ и самое главное - массы электрона m_e , носит название циклотронной частоты. Осуществив подстановку соотношения (54) и домножив обе части соотношений (52) и (53) на $\frac{en_v T}{m_e}$, получим

$$\sigma_o E_x = j_y \omega_c T + j_x ; \quad (55)$$

$$\sigma_o E_y = -j_x \omega_c T + j_y . \quad (56)$$

Поскольку, в соответствии с рис.6, в образце I поперечный ток отсутствует ($j_y = 0$), соотношения еще больше упрощаются.

Из соотношения (55) следует при этом, что между продольными компонентами E_x и j_x стоит величина статической электропроводности σ_o . Следовательно (см. соотношение (47)), $\sigma_H = \sigma_o$ - в модели Друде эффект магнетосопротивления наблюдаться не должен. И не случайно поэтому Холл этого эффекта (увеличения продольного удельного сопротивления образца) не наблюдал.

Из соотношений (56) и (49) следует, что

$$E_y = E_H = - \left(\frac{\omega_c T}{\sigma_o} \right) \cdot j_x = - \left(\frac{B}{en_v} \right) \cdot j_x ; \quad (57)$$

$$R_H = - \frac{1}{en_v} . \quad (58)$$

2.8.3. Некоторые практические замечания и вторичный анализ исходных критериев модели Друде

1. В соответствии с соотношением (58), знак коэффициента Холла для металлов получился отрицательным. Это означает, что в металлах частицами, переносящими электрический заряд, являются действительно отрицательно заряженные частицы. Именно этот факт наблюдал

Холл в своих экспериментах в 1879 году, зарегистрировав поперечную разность потенциалов в соответствии с рис.6. И поэтому не столь уж неожиданным явилось основное положение в модели Друде: процесс электропроводности металлов является следствием движения электронов, а не других, положительно заряженных частиц.

2. Как следует из соотношения (58), величина коэффициента Холла не зависит от условий проведения эксперимента (плотности тока j_x , а следовательно, напряженности электрического поля E_x ; величины магнитного поля $\vec{B}$) и самое главное - температуры. Все это вместе взятое

даст возможность путем экспериментального измерения величины R_H определять концентрацию электронов $n_{\text{эксп}}$ и сравнивать ее с величиной n_V отвечающей предположению Друде: n_V — целое число, равное валентности атомов в соответствии с таблицей Менделеева.

Обратимся теперь к результатам экспериментальных исследований, представленных на рис. 7 и в табл. 5

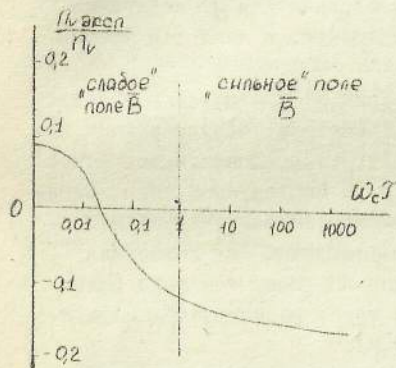


Рис. 7. Зависимость концентрации электронов для алюминия при изменении поля

Как видно из рис. 7, в области слабых полей наблюдается качественное согласие модели Друде с экспериментом, но только до $\omega_c \tau < 2 \cdot 10^{-2}$.

В этой области полей $n_{\text{эксп}}/n_V$ — число положительное, что указывает на то, что знак частиц, участвующих в формировании тока $\vec{j}$, отрицательный. Вместе с тем, отношение $n_{\text{эксп}}/n_V < 1$, не укладывается в рамки модели Друде.

При увеличении поля $\vec{B}$ $n_{\text{эксп}}/n_V$ становится отрицательным. В рамках модели Друде (см. рис. 1) это означает, что знак носителей заряда меняется на обратный: перенос тока

осуществляется положительно заряженными частицами. Это в корне не согласуется с рис. 1. Аналогичные качественные и количественные зависимости наблюдаются и для целого ряда металлов, табл. 5

Таблица 5
Количество электронов, отдаваемых атомами металлов для обеспечения проводимости

Металл	Li	Na	K	Cs	Cu	Ag	Au	Mg	In	Al
Валентность в модели Друде, n_V	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3
Валентность, определенная экспериментально эффектом Холла, $n_{\text{эксп}}$	0,8	1,2	1	0,9	1,5	1,3	1,3	-0,4	-0,3	-0,3

Обратимся теперь к более детальному рассмотрению введенного понятия "циклотронная частота" и соотношению (54): $\omega_c = \frac{eB}{m_e}$

Как уже отмечалось в разделе 2.3.2, при фиксированной величине $\bar{B}$ ω_c однозначно связана с массой носителей заряда, в данном случае с массой электронов m_e .

По этой причине метод экспериментального определения ω_c дает возможность определить массу носителей заряда и широко используется для этих целей в современной экспериментальной физике. Метод применим не только и не столько для металлов, сколько для исследования зонной структуры полупроводников и диэлектриков, и является мощным экспериментальным инструментом.

В методике циклотронного резонанса (рис.8) исследуемое твердое

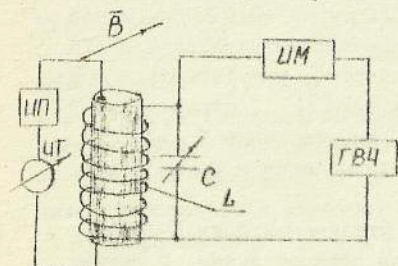


Рис. 8. Схема опыта по определению эффективной массы носителей заряда методом циклотронного резонанса

Измеритель мощности ИМ позволяет определить мощность, передаваемую от генератора ГВЧ к контуру.

При $\bar{B}=0$ контур LC настраивают в резонанс с генератором ГВЧ по минимальным показаниям ИМ. После этого увеличивают $\bar{B}$. При соблюдении условия $\omega_{\text{вн.}} = \omega_c = eBm_e^{-1}$ наблюдается "зависание" траекторий носителей, инжектированных в сердечник катушки индуктивности, а окружность. При этом начинается резонансное поглощение твердым телом энергии, подводимой от ГВЧ к контуру. Добротность контура резко уменьшается, а ИМ регистрирует при этом максимум мощности. Зная величины ω_c и $\bar{B}$, легко определить $m_{\text{эфф}}$.

Изменяя ориентацию кристаллографических осей твердого тела относительно $\bar{B}$, легко изучить анизотропию массы носителей заряда от кристаллографического направления.

Отметим еще один важный момент. Когда $\omega_c T \ll 1$, это означает по-существу использование "слабых" магнитных полей. При этом первоначальная модель Друде (рис.1) не изменяется. При $\omega_c T \gg 1$ ("сильные" поля), картина существенно меняется: наблюдается по-преж-

телу I (металл, полупроводник или диэлектрик) помещают в магнитное поле $\bar{B}$. В исследуемое тело инжектируются носители заряда, например, электроны от источника питания ИП. Величина тока (плотности тока) регистрируется измерителем ИГ.

Исследуемое твердое тело служит элементом высокочастотного контура, например, помещено в катушку индуктивности L резонансного контура. Контур подключен к генератору высокой частоты ГВЧ.

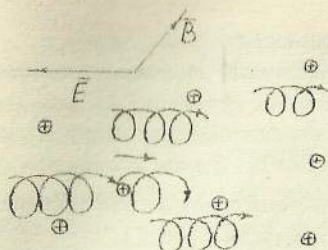


Рис. 9. Характер движения электронов в электрических полях при наличии "силового" магнитного поля без учета хаотического теплового движения

В случае использования "средних" полей появляется эффект смещения суммарной траектории электронов от направления поля $\vec{E}$, рис.10.

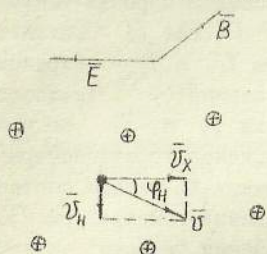


Рис. 10. Иллюстрация траектории движения электрона в скрещенных электрическом и магнитном полях и угол Холла

частные случаи рассмотрены применительно к физике полупроводников в [1].

нему хаотическое тепловое движение электронов в соответствии с рис.1; наблюдается по-прежнему ориентированное движение электронов в поле $\vec{E}$; наблюдается круговое вращение электронов в соответствии с величиной силы Лоренца. Сумма двух последних траекторий представлена на рис.9 в виде циклоиды: плоскость орбиты совпадает с плоскостью рисунка.

Вектор скорости направленного движения электронов $\vec{v}_x$ под действием силы $e\vec{E}$ суммируется со скоростью $\vec{v}_A$, обусловленной силой Лоренца.

При этом между вектором $\vec{E}$ и $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_A$ образуется угол φ_H , носящий название угла Холла. В соответствии с соотношениями (55) и (56)

$$\operatorname{tg} \varphi_H = \omega_c \tau \quad (59)$$

Угол Холла и его методика экспериментального определения играют в физике твердого тела исключительно важную роль. Некоторые

2.9. Тепловые свойства металлов

В соответствии с моделью Друде (рис.1) процессы переноса в металлах описываются теми или иными деталями движения электронов под действием внешних сил: электрического, магнитного и т.д. Вполне естественно теперь предположить, что и неэлектрические свойства металлов, такие как теплопроводность, пластичность и сжимаемость, величина усилия на "разрыв", закон Ома, эффект Томсона, эффект Зеебека

и т.д. — также могут описываться в рамках модели Друде.

Рассмотрим два момента, поскольку они имеют наибольшее практическое значение.

2.9.1. Теплопроводность металлов

Для математического описания эффекта теплопроводности напомним вначале основные понятия теории теплопроводности, рис. II.

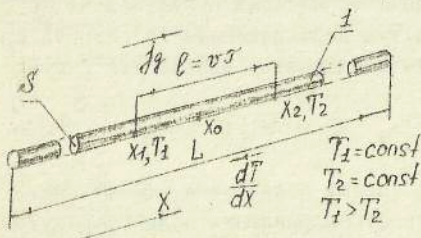


Рис. II. Схема опыта для моделирования процесса теплопроводности металлов

в окружающее пространство отсутствует. Если T_1 и T_2 со временем не меняются, то вдоль стержня установится какое-то стационарное распределение температур. При этом каждой точке x_1 будет соответствовать не только температура T_x , но и градиент температуры dT/dx . Для малых значений dT/dx (оценить численное значение "малого" численного значения dT/dx студентам предлагается самостоятельно) выполняется закон Фурье. Он говорит о том, что поток тепла (его плотность) при малых значениях dT/dx оказывается линейной функцией градиента температур:

$$\vec{j}_q = -\chi \frac{dT}{dx} \quad (60)$$

Величина χ (каппа) носит название коэффициента теплопроводности (или упрощенно, по аналогии с электропроводностью — теплопроводность). Знак минус в соотношении (60) указывает на то, что вектор $\vec{j}_q$ направлен противоположно градиенту dT/dx .

Произведем теперь численные оценки величины χ :

$$\chi = -\frac{\vec{j}_q}{dT/dx} \quad (61)$$

Для этого воспользуемся рис. II и соответствующими ему допущениями. Для дальнейшего анализа, поскольку направления векторов $\vec{j}_q$ и dT/dx на рис. II указаны, значок векторности величин мы писать не будем. Ведь рис. II соответствует, по существу, одномерной задаче,

т.е. распространению теплового потока вдоль оси X . При этом любая векторная величина (или параметр) A может на рис. II принимать или значение $+A$ (если она направлена в сторону увеличения координаты x), или $-A$ (если она направлена в противоположную сторону).

Основным моментом последующего анализа является четвертый критерий модели Друде (см. стр. 7 и 8 настоящего методического пособия). Кроме этого, рассмотрим вначале одномерную, реально в модели Друде не существующую картину – распространение электронов после соударения с атомами только вдоль оси X (рис. I2). А затем, поскольку все направления: X , Y и Z в модели Друде равновероятны, распространим полученные результаты на рис. II.

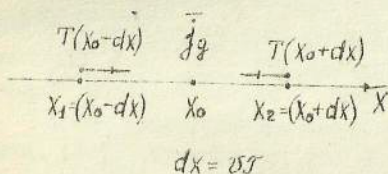


Рис. I2. Модель 'одномерной' теплопроводности металлов по модели Друде

Поскольку направления $+X$ и $-X$ в модели Друде равновероятны, то из точки X_1 (рис. I2) вправо будет двигаться половина всего количества носителей заряда, и при этом она будет достигать точки $X_1 + dx = X_0$. Здесь координате X_1 соответствует соударение, соответствующее температуре T_1 . При этом слева направо к точке X_0 будет направлен тепловой поток

$$\vec{J}_q = \frac{A}{2} \cdot E_g [T(X_1)] \vec{v}. \quad (62)$$

В этом соотношении $E_g [T(X_1)]$ – тепловая энергия, приходящаяся на один электрон в точке соударения его X_1 с ионом металла (рис. I), имеющего среднетепловую энергию $\frac{3}{2} k T(X_1)$; $\vec{v}$ – средняя скорость электронов, движущихся слева направо на рис. I2 между точками с координатами X_1 и X_2 .

Электроны, движущиеся слева направо на рис. I2 от точки $X_0 + dx$ к точке X_0 , переносят тепловой поток

$$\vec{J}_q = -\frac{A}{2} \cdot E_g [T(X_2)] \vec{v}. \quad (63)$$

Общий тепловой поток $\vec{J}_q$ в точке X_0 будет определяться суммой соотношений (62) и (63):

$$\vec{J}_q = \frac{A}{2} \vec{v} \left\{ E_g [T(X_0 + vT)] - E_g [T(X_0 - vT)] \right\}. \quad (64)$$

При выводе соотношения (64) предполагалось, что изменение температуры dT на расстоянии длины свободного пробега ℓ мало. Чис-

денное значение критерия "мало" студентам предлагается оценить самостоятельно на основе общефизических соображений. Это предположение позволило считать в соотношениях (62) и (63) скорость $\vec{v}$ не зависящей (по модулю) от координаты в пределах между двумя координатами χ_1 и χ_2 , отвечающим актам соударения электрона иона.

Разлагая выражение в фигуральных скобках в соотношении (64) в ряд для $\chi \in (\chi_1, \chi_2)$ и ограничиваясь линейными по $dE_Q/d\chi$ членами, получим:

$$\bar{j}_Q = \frac{N_v \bar{v}}{2} \cdot \frac{dE_Q}{d\chi} \cdot 2\bar{v}\tau = N_v \bar{v}^2 \tau \frac{dE_Q}{dT} \cdot \frac{dT}{d\chi}. \quad (65)$$

Для того, чтобы в соотношении (65) перейти от одномерной модели (рис. I2) к трехмерной (рис. II), нужно произвести замену полного вектора скорости $\vec{v}$ на ее компоненту по оси X : $\bar{v}_x$. Кроме этого, в модели Друде предлагается независимость свойств металла от направления. Это соответствует изотропному распределению скоростей по осям X , Y и Z . Поэтому

$$\begin{aligned} v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 &= v^2; \\ v_y^2 &= v_x^2 - v_z^2 = \frac{1}{3} v^2. \end{aligned} \quad (66)$$

Преобразуем также выражение $N_v \frac{dE_Q}{dT}$:

$$N_v \frac{dE_Q}{dT} = \frac{d(N_v E_Q)}{dT} = \frac{dQ}{dT} = C_v. \quad (67)$$

Знаком Q здесь обозначена тепловая энергия, переносимая всей совокупностью электронов в единице объема металла N_v ; C_v - объемная удельная теплоемкость металла, обусловленная наличием в нем только электронов как "поглотителей" тепловой энергии. С учетом всего сказанного, соотношение (65) принимает следующий вид:

$$\bar{j}_Q = \frac{1}{3} v^2 \tau C_v \frac{dT}{d\chi}. \quad (68)$$

В соответствии с соотношением (61), коэффициент теплопроводности металлов в модели Друде будет записан следующим образом:

$$\chi = \frac{1}{3} v^2 \tau C_v = \frac{1}{3} \ell v C_v. \quad (69)$$

Полученное соотношение представляет интерес само по себе. Оно показывает, что, зная объемную удельную теплоемкость металла C_v , а также длину свободного пробега электронов и их среднетепловую скорость v , можно определить теплопроводность металла χ .

Для того, чтобы получить χ как прямую функцию общефизических и термодинамических параметров в модели Друде, произведем в

соотношении (69) следующие замены:

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{3}{2} k T; \Rightarrow v^2 = \frac{3kT}{m_e}. \quad (70)$$

По определению, удельная объемная теплоемкость при постоянной, не зависящей от температуры концентрации частиц n_v

$$c_v = \frac{d}{dT} [n_v E_f(T)] = n_v \frac{d}{dT} [E_f(T)] = n_v \frac{d}{dT} \left(\frac{3}{2} k T \right) = \frac{3}{2} n_v k. \quad (71)$$

Осуществив подстановку соотношений (70) и (71) в (69), получим следующее значение χ :

$$\chi = \frac{3}{2} \frac{n_v k^2 T}{m_e}. \quad (72)$$

В это выражение входят не зависящие от вида металла и внешних факторов физические константы k и m_e (k – постоянная Больцмана). Величины n_v и T – это параметры модели Друде, фиксированные для данного металла; однако T вообще говоря – температурная величина.

Кроме этого, важным выводом, следующим из общего вида соотношения (72), является то, что χ является величиной, пропорциональной T . Однако с учетом того, что T с ростом температуры несколько уменьшается (см. соотношения (18) и (21)), то в модели Друде оказывается, что

$$\chi = C \sqrt{T}, \quad (73)$$

где C – температурнонезависимая величина.

2.9.2. Закон Видемана-Франца

Крупнейшим достижением теории металлов в модели Друде явилось в начале нашего века то, что эмпирический закон Видемана-Франца получил теоретическое обоснование. Кроме этого, получило четкое обоснование и численное значение число Лоренца, стоящее в соотношении Видемана-Франца рядом с температурой.

Закон Видемана-Франца утверждает, что отношение коэффициента теплопроводности λ данного металла к величине его же электропроводности σ_0 есть величина, пропорциональная температуре. При этом коэффициент пропорциональности (число Лоренца) практически не зависит от того, какой рассматривается металл.

Используя соотношения (12) и (72), получим следующее:

$$\frac{\lambda}{\sigma_0} = \frac{3}{2} \frac{n_v k^2 T}{m_e} \frac{m_e}{e^2 n_v T} = \frac{3}{2} \left(\frac{k}{e} \right)^2 T. \quad (74)$$

Это соотношение и является законом Видемана-Франца. Число Лоренца

$$\frac{\chi}{\sigma_0 T} = \frac{3}{2} \left(\frac{k}{e} \right)^2 = 11 \cdot 10^{-8} \frac{2\pi k^2}{\mu_A^2 \cdot K^2} \quad (75)$$

действительно не зависит от свойств металла и содержит только общезначимые параметры: постоянную Больцмана (k) и заряд электрона (e).

Численное значение числа Лоренца в соотношении (75) оказывается заниженным примерно вдвое по сравнению с экспериментально определенным. Студентам предлагается самостоятельно проанализировать модель Друде, в частности раздел 2.3, и устранить указанное несоответствие самостоятельно.

3. Методические указания для самостоятельной подготовки к выполнению лабораторной работы

Для того, чтобы успешно выполнить экспериментальную часть лабораторной работы, необходимо ознакомиться со всеми разделами части 2 настоящего пособия. Особенно четко нужно уяснить себе исходные критерии модели Друде (раздел 2.2). Без этого невозможно, а точнее фактически бесполезно дальнейшее изучение разделов 2.3, 2.4 и т.д. Это объясняется тем, что модель статической электропроводности металлов (раздел 2.3), или вопросы ВЧ – электропроводности металлов и их диэлектрической проницаемости и т.д. – по существу являются только иллюстрацией применимости раздела 2.2 к частным условиям. Другими словами, модель Друде – это раздел 2.2, а все остальное – частные случаи, да и то далеко не все (см., например, текст введения в раздел 2.9 – теплопроводность металлов (стр.31 и 32)).

Именно под этим углом и необходимо изучать разделы 2.3 – 2.9. При этом необходимо еще раз подчеркнуть, что модель Друде была предложена в начале XX века со всеми вытекающими отсюда последствиями: достаточно точное описание свойств металлов при нормальных условиях ($T \sim 300^\circ K$), слабых магнитных полях, давлениях, близких к атмосферному и т.д. Однако в широком диапазоне температур, описывая, например, статическую электропроводность металлов (раздел 1.3) модель Друде оказывается довольно приближительна. Расхождения теории и эксперимента могут достигать нескольких сотен процентов.

В этом ничего удивительного нет, поскольку в основе модели Дру-

де (см. раздел 2.2) лежит представление свободных, независящих электроднов как классических материальных ньютоновских тел.

Говоря языком квантовой механики, металл следует рассматривать как сложнейший квантовомеханический объект, в котором по крайней мере электроны представляют собой непрерывно взаимодействующие друг с другом и с ядрами квантовые объекты. Другими словами, свойства металлов должны, вообще говоря, описываться, как минимум, многоэлектронным уравнением Шредингера, учитывающим упомянутые выше взаимодействия. Следовательно, для решения этой задачи необходимо, для описания свойств 1 см^3 металла, решить систему уравнений. Количество этих уравнений – порядка 10^{24} , причем каждое из уравнений содержит примерно столько же членов. Даже если бы такая система уравнений чудом бы оказалась линейной (наиболее простой случай решения задачи), то даже при скорости света 10^9 (1000000000) операций в секунду при сверх-оптимальном алгоритме решения задачи потребовалось бы $10^{48} : 10^9 \approx 10^{40} \text{ с} \approx 10^{32} \text{ лет}$. В качестве справок следует привести такие данные: 1 год это примерно 10^8 с ; возраст Земли, начиная с газопылевого облака, оценивается по последним данным "всего лишь" в 10^9 лет .

Несмотря на примитивность, наивность с позиций сегодняшних представлений на вопросы строения вещества и металлов, в частности, модель Друде позволяет получить в целом качественно и количественно достоверные сведения о практически важных макроскопических свойствах металлов. Эти основные свойства и подлежат определению в лабораторной работе "Физика металлов".

3.1. Задание к выполнению лабораторной работы "Физика металлов"

1. На основе экспериментального измерения сопротивления металла, оговоренного преподавателем, определить основные свойства этого металла: удельную электропроводность (сопротивление) при комнатной температуре ζ_0 ; концентрацию электронов в 1 см^3 металла N_V ; количество атомов металла в 1 см^3 N_A ; среднее межатомное расстояние $\bar{a}$; длину свободного пробега $\bar{\ell}$; количество атомов металла, находящихся на 1 см^2 его поверхности N_S ; время релаксации τ ; частоту $\omega = \tau^{-1}$, при которой у металла появляется "реактивный" характер; при $\omega = \tau^{-1}$ определить диэлектрическую проницаемость металла и его коэффициент преломления; длину волны, при которой σ'' имеет максимальное значение; коэффициент Холла R_H ; циклотронную частоту ω_c ; коэффициент теплопроводности χ ; проверить выполнение закона Видемана-Франца. Порядки полученных величин и единицы измерений подлежат

безусловному запоминанию.

2. Определить экспериментально характер температурной зависимости удельной электропроводности σ_0 (или удельного сопротивления ρ_0) и сравнить ее с предсказаниями модели Друде. Сделать качественные и количественные выводы.

3. Определить с помощью закона Ома величины предельных плотностей тока j_{max} и напряженностей поля E_{max} , которые достижимы в металлах. Порядки величин j_{max} и E_{max} запомнить.

4. Определить "номинальную" и максимальную скорость направленного движения электронов в металле (дрейфовая скорость) и сравнить ее со среднетепловой скоростью хаотического движения электронов; определить подвижность электронов в металле при нормальных условиях и сравнить ее с подвижностью электронов в полупроводниках. Порядки величин и единицы измерений запомнить.

3.2. Пояснения к выполнению экспериментальной части работы и ее защите

1. Для выполнения экспериментальной части лабораторной работы следует помнить, что безусловно вы должны знать физическую химию, квантовую и статическую физику, основы радиоизмерений, радиотехнику.

2. Для производства измерений вам может быть представлены лабораторный макет, а может быть и просто набор измерительной аппаратуры. В любом случае вы должны, ознакомившись с разделами I, 2 и 3 данного пособия, самостоятельно составить план эксперимента и алгоритм обработки результатов. План эксперимента и алгоритм перед началом занятий должны быть утверждены в обязательном порядке преподавателем. Момент утверждения следует расценивать как допуск студента (его готовность) к выполнению экспериментальной части.

3. Формулы и соотношения, обведенные в разделе 2 рамкой и (или) подчеркнутые, подлежат безусловному запоминанию и всестороннему осмыслению. Выбор тех или иных формул для обработки экспериментальных результатов осуществляется студентами самостоятельно. Особо важно при этом уяснять границы применимости соотношений, а следовательно, достоверность полученной при этом информации.

4. Для углубленного осмысления теоретических и полученных экспериментальных результатов студентам предлагается к самостоятельной проработке ряд вопросов. В тексте раздела 2 такие вопросы подчеркнуты пунктирной линией и не являются обязательными к выполнению. Тем же студентам, которые претендуют на оценку "отлично" по разделу

"Физика металлов", эти вопросы нужно рассматривать обязательно

3. Защита лабораторной работы осуществляется путем индивидуальной устной беседы студента с преподавателем. Отчет может быть оформлен один на бригаду (если преподаватель не оговорил дополнительных индивидуальных условий). Не исключен также параллельный письменный опрос всей бригады или группы (несколько бригад) в виде контрольной работы.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ашкрофт Н., Мермин М., Физика твердого тела. - М.: Мир, 1979, т. I, с. 17-75.
2. Ландсберг Г.С. Оптика. - М.: Наука, 1976, с. 489-494.
3. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. - М.: Наука, 1970.
4. Born M., Wolf E. *Principles of Optics* - Pergamon, New York, 1964

Составитель Петрович Владимир Алексеевич

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

по курсу "Физика твердого тела"

для студентов специальности 20.03 "Микроэлектроника и полупроводниковые приборы"

Часть III

ФИЗИКА МЕТАЛЛОВ (МОДЕЛЬ ДРУДЕ)

Ответственный за выпуск В.Ю.Лавриненко

Редактор В.А.Заяц

Корректор Е.Н.Батурчик

Подписано в печать 20.05.91

Формат 60×84 1/16.

Объем 2,4 усл. печ.л. 2,5 уч.-изд.л.

Тираж 200 экз.

Заказ 290.

Бесплатно

Минский радиотехнический институт

Отпечатано на роталпринте МРТИ. 220600, Минск, П.Бровки, 6

Бесплатно