

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Кафедра РТС

Отчет по лабораторной работе №2

«ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ КОДОВ»

Выполнил:

ст.гр.240102
shlom41k

Проверил:

Панькова В.В.

Минск 2015

Цель работы

1. Изучить методы помехоустойчивого кодирования и декодирования информации с помощью циклических блочных кодов.
2. Исследовать свойства циклических кодов и возможности применения свойств кодовых структур для кодирования и декодирования.
3. Приобрести навыки построения алгоритмов, программ и моделирующих структур для кодирования и декодирования информации циклическими кодами.

Расчет предварительного задания

Исходные данные для расчета:

$$g(x) = x^3 + x + 1;$$

$$a = [1 \ 0 \ 0 \ 1] \Rightarrow a(x) = x^3 + 1;$$

$$n = 7; \ r = 3; \ k = 4, \ M = 16.$$

1. Закодировать сообщение неразделимым кодом.

$$c(x) = a(x) \cdot g(x); \quad c(x) = (x^3 + 1) \cdot (x^3 + x + 1) = x^6 + x^4 + \cancel{x^3} + \cancel{x^2} + x + 1 = x^6 + x^4 + x + 1.$$

2. Закодировать сообщение разделимым кодом.

$$c(x) = x^{n-k} \cdot a(x) + \text{rem} \left\{ x^{n-k} \cdot \frac{a(x)}{g(x)} \right\};$$

$$c(x) = x^3 \cdot (x^3 + 1) + \text{rem} \left\{ x^3 \cdot \frac{(x^3 + 1)}{(x^3 + x + 1)} \right\} = x^6 + x^3 + x^2 + x.$$

3. Вычислить проверочный полином $h(x)$.

$$h(x) = \frac{x^n - 1}{g(x)};$$

$$h(x) = \frac{x^7 - 1}{x^3 + x + 1} = \frac{(\cancel{x^3 + x + 1}) \cdot (x + 1) \cdot (\cancel{x^3 + x^2 + 1})}{\cancel{x^3 + x + 1}} = x^4 + \cancel{x^3} + x + \cancel{x^2} + x^2 + 1 = x^4 + x^2 + x + 1.$$

4. Построить порождающую (G) и проверочную (H) матрицы.

Циклический код Хэмминга (7, 4, 3) задается порождающим полиномом $g(x) = x^3 + x + 1$, имеющим двоичное представление в виде кода (1 0 1 1). Получим порождающую матрицу:

$$G = \begin{bmatrix} g(x) \\ x \cdot g(x) \\ x^2 \cdot g(x) \\ \dots \\ x^{k-1} \cdot g(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 & g_1 & \dots & g_{n-k} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g_0 & \dots & \dots & g_{n-k} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & g_0 & g_1 & \dots & g_{n-k} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & g_0 & \dots & g_{n-k} \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Выполнение работы

1. Установить ключ «S» в верхнее положение, чтобы в канал подавался неразделимый код. Включить моделирование схемы и, открыть логический анализатор и зарисовать осциллограммы на интервале передачи одного слова. На осциллограммах найти символы информационного и кодового слова, позицию ошибки, убедиться, что ошибка исправлена декодером. Установить ключ «S» в нижнее положение, чтобы в канал подавался разделимый код. Повторить измерения, задав в канале вектор двойной ошибки.

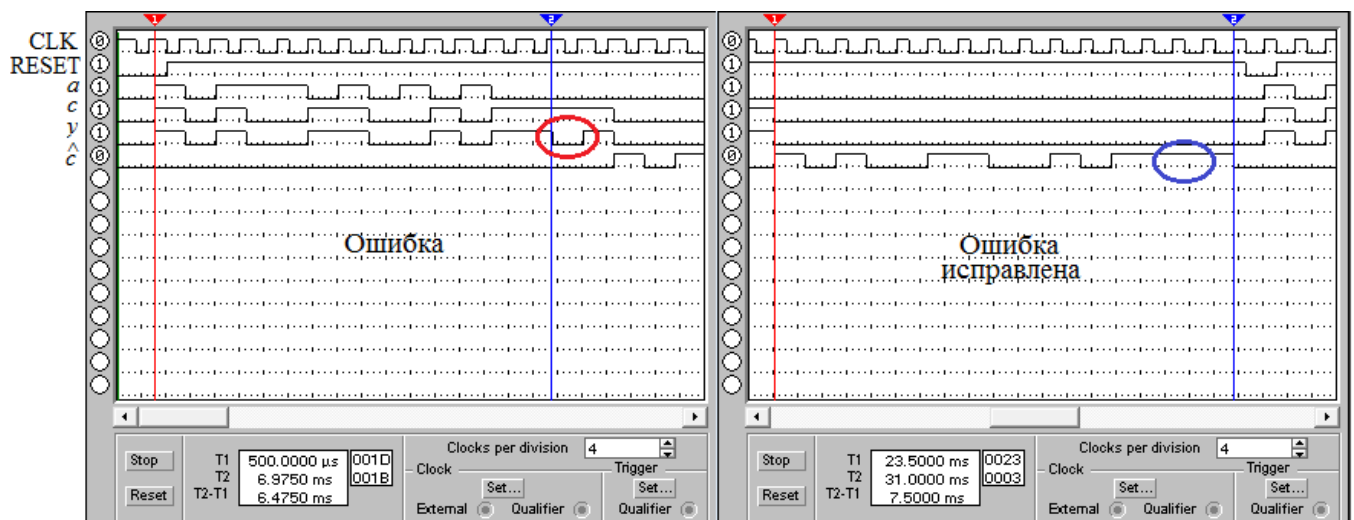


Рисунок 1 – Одиночная ошибка, верхнее положение ключа «S»

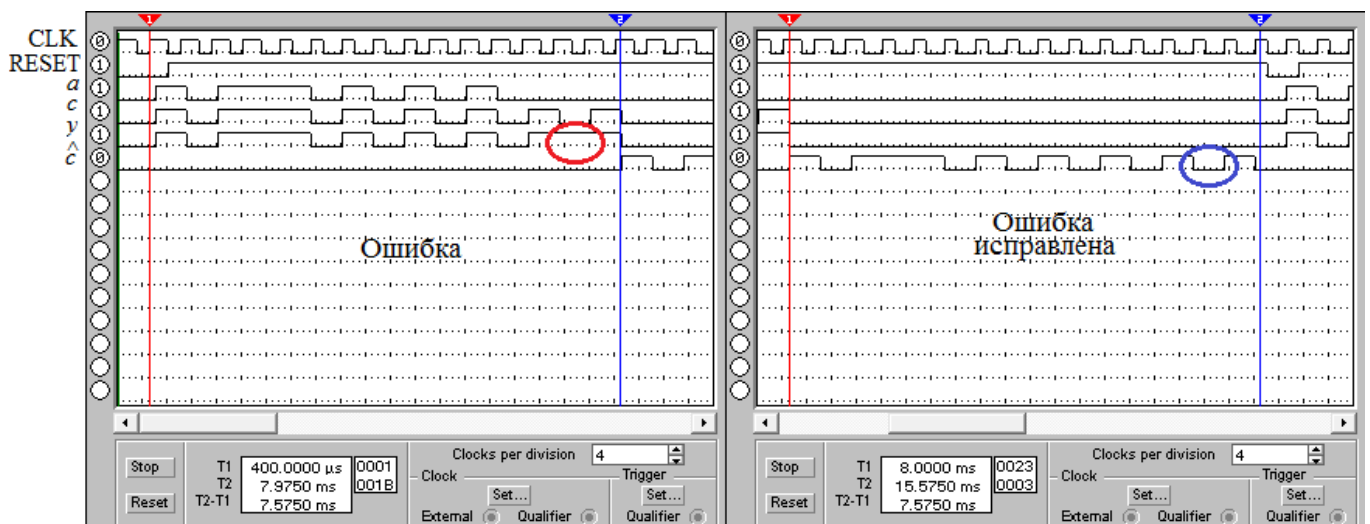


Рисунок 2 – Одиночная ошибка, нижнее положение ключа «S»

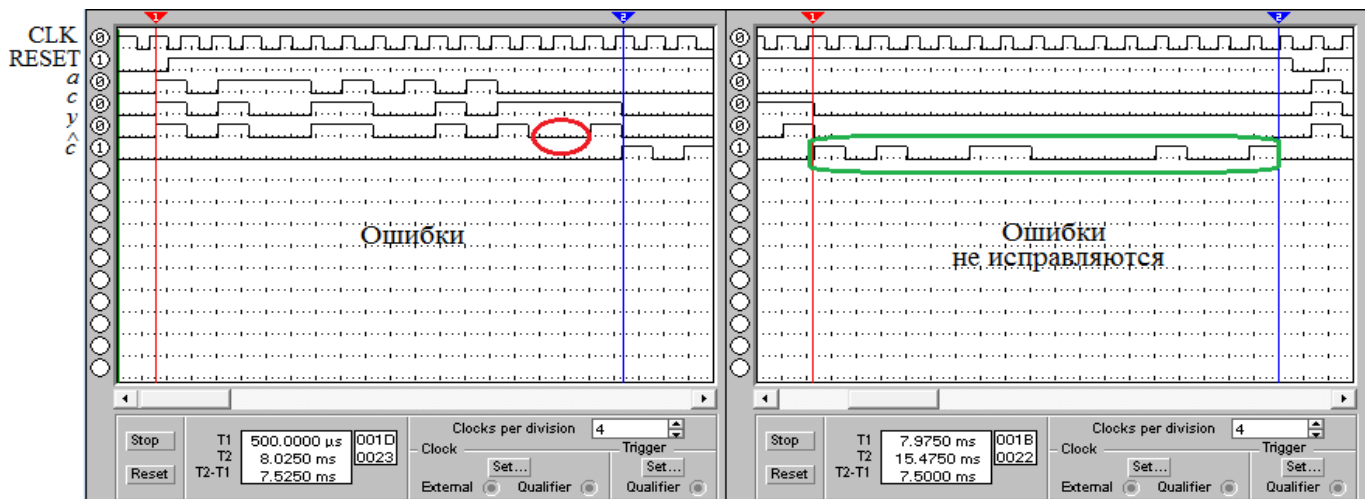


Рисунок 3 – Двойная ошибка, верхнее положение ключа «S»

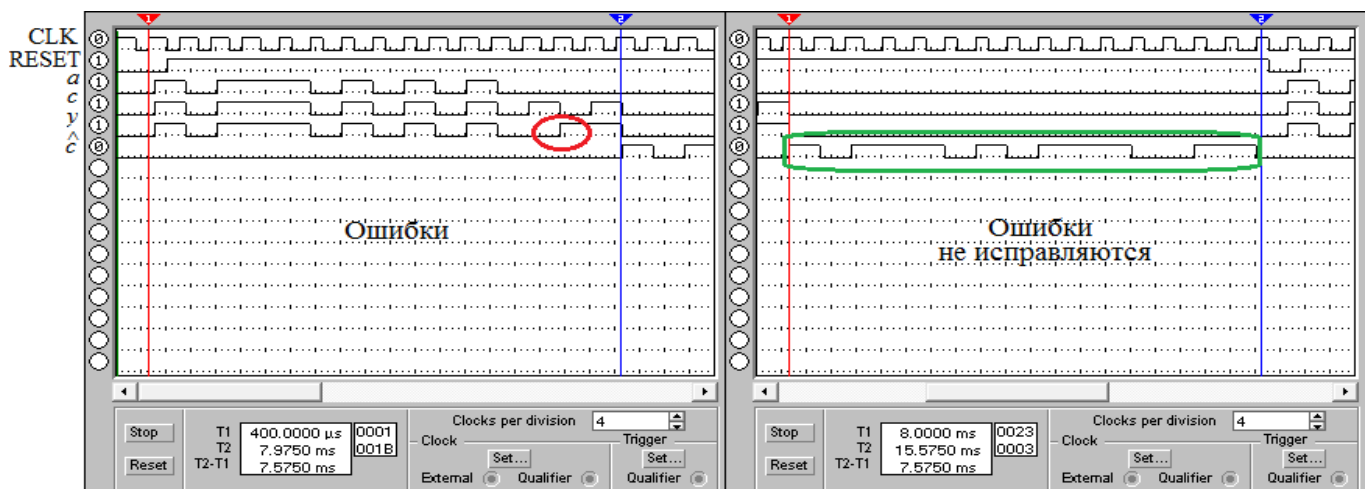


Рисунок 4 – Двойная ошибка, нижнее положение ключа «S»

2. Открыли модуль кодера неразделимого кода (coder1). Включили моделирование схемы и сняли таблицу состояний на 15 тактах работы кодера в контрольных точках «Input Data», «D1», «D2», «D3», «D4», «Output data». Аналогичным способом сняли таблицу состояний кодера разделимого кода (coder2) на 15 тактах его работы. Контрольные точки: «Input Data», «Input D1», «D1», «D2», «D3», «D4», «Output data», «Switch Key».

Таблица 1 – Кодер неразделимого кода (coder1)

Такты	Input Data	D1	D2	D3	D4	Output data
1	1	0	0	0	0	1
2	0	1	0	0	0	0
3	1	0	1	0	0	1
4	1	1	0	1	0	0
5	1	1	1	0	1	0
6	0	1	1	1	0	1
7	1	0	1	1	1	1
8	0	1	0	1	1	0
9	1	0	1	0	1	0
10	0	1	0	1	0	1
11	1	0	1	0	1	0
12	0	1	0	1	0	1
13	0	0	1	0	1	1
14	0	0	0	1	0	1
15	0	0	0	0	1	1

Таблица 2 – Кодер разделимого кода (coder 2)

Такты	Input Data	Input D1	D1	D2	D3	D4	Output data	Switch key
1	0	0	0	0	0	0	1	0
2	1	1	0	0	0	0	1	1
3	0	0	1	1	0	0	1	0
4	1	1	0	1	1	0	1	1
5	1	0	0	1	1	1	1	1
6	0	1	0	0	1	1	1	0
7	1	0	1	1	0	1	1	1
8	0	0	0	1	1	0	1	0
9	1	0	0	0	1	1	1	1
10	0	1	0	0	0	1	1	0
11	1	1	1	1	0	0	1	1
12	0	0	1	0	1	0	0	0
13	0	0	0	1	0	1	0	1
14	0	0	0	0	1	0	0	0
15	0	0	0	0	0	1	0	1

Таблица 3 – Синдромный декодер (decod1)

Такты	Input Data	D1	D2	D3	D4	Correct error	Shifted input data	Output data	Switch key
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0	0	0	0	0
3	1	0	1	1	0	0	0	0	0
4	1	1	1	1	1	0	0	0	0
5	1	0	1	1	1	0	0	0	0
6	0	0	0	1	1	0	0	0	0
7	1	1	1	0	1	0	0	0	0
8	0	0	1	1	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1	0	0	0	0
10	0	0	0	0	1	0	0	0	0
11	1	1	1	0	0	0	0	0	0
12	0	1	0	1	0	0	0	0	0
13	1	0	1	0	1	0	0	0	0
14	0	0	0	1	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	1	0	0	0	0
16	0	1	1	0	0	0	1	1	1
17	0	0	1	1	0	0	0	0	1
18	0	0	0	1	1	0	1	1	1
19	0	1	1	0	1	0	1	1	1
20	0	1	0	1	0	0	1	1	1
21	0	0	1	0	1	0	0	0	1
22	0	1	1	1	0	0	1	1	1
23	0	0	1	1	1	0	0	0	1
24	0	1	1	1	1	0	1	1	1
25	0	1	0	1	1	0	0	0	1
26	0	1	0	0	1	0	1	1	1
27	0	1	0	0	0	0	0	0	1
28	0	0	0	1	0	0	0	0	1
29	0	0	0	0	1	1	0	1	1
30	0	0	0	0	1	1	0	1	1

Расчетная часть

Задан циклический код с параметрами:

$$g(x) = x^{10} + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1; \quad (21, 11); \quad a(x) = x^{10} + x^7 + x^3 + 1.$$

1. Построить схему (алгоритм) кодера систематического кода.



Рисунок 5 – Кодер систематического кода, задаваемый $g(x)$

2. Сформировать кодовое слово по заданной информационной части.

$$c(x) = x^{n-k} \cdot a(x) + \text{rem} \left\{ x^{n-k} \cdot \frac{a(x)}{g(x)} \right\};$$

$$c(x) = x^{10} \cdot a(x) + \text{rem} \left\{ x^{10} \cdot \frac{a(x)}{g(x)} \right\} = x^{20} + x^{17} + x^{13} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + x.$$

3. Построить порождающую и проверочную матрицы.

$$G = [I_k \ G^*]; \quad H = [G^{*T} \ I_r].$$

Обратимся к полиномам для систематического кодирования:

$$x^m \bmod g(x), m = n-1, \dots, n-k-1.$$

$$\begin{aligned} \text{rem}(x^{20}, x^{10} + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1) \bmod 2 &= x^9 + x^6 + x^5 + x^3 + x; \\ \text{rem}(x^{19}, x^{10} + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1) \bmod 2 &= x^8 + x^5 + x^4 + x^2 + 1; \\ \text{rem}(x^{18}, x^{10} + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1) \bmod 2 &= x^9 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4; \\ \text{rem}(x^{17}, x^{10} + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1) \bmod 2 &= x^8 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3; \\ \text{rem}(x^{16}, x^{10} + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1) \bmod 2 &= x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2; \\ \text{rem}(x^{15}, x^{10} + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1) \bmod 2 &= x^6 + x^4 + x^3 + x^2 + x; \\ \text{rem}(x^{14}, x^{10} + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1) \bmod 2 &= x^5 + x^3 + x^2 + x + 1; \end{aligned}$$

$$\text{rem}(x^{13}, x^{10} + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1) \bmod 2 = x^9 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1;$$

$$\text{rem}(x^{12}, x^{10} + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1) \bmod 2 = x^9 + x^8 + x^6 + x^4 + x^2;$$

$$\text{rem}(x^{11}, x^{10} + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1) \bmod 2 = x^8 + x^7 + x^5 + x^3 + x;$$

$$\text{rem}(x^{10}, x^{10} + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1) \bmod 2 = x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1.$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Построить схему (алгоритм) декодера.



Рисунок 6 – Схема декодера

Вывод

В данной лабораторной работе были изучены методы помехоустойчивого кодирования и декодирования информации с помощью циклических блочных кодов. Были исследованы свойства циклических кодов. Приобрели навыки построения алгоритмов для кодирования и декодирования информации циклическими кодами.