

Рис.1 - исходная схема

$R_1=550 \text{ Ом}$ $R_2=550 \text{ Ом}$ $R_3=680 \text{ Ом}$ $R_4=370 \text{ Ом}$ $R_5=210 \text{ Ом}$ $R_6=950 \text{ Ом}$ $R_7=450 \text{ Ом}$ $R_8=650 \text{ Ом}$
 $E_1=100 \text{ В}$ $E_4=500 \text{ В}$
 $J_1=4 \text{ А}$ $J_5=7 \text{ А}$

Расчёт токов методом преобразования

Преобразуем источник напряжения E_4 , в источник тока J_{34} :

$$J_{34} = E_4 / (R_3 + R_4) = (500 / (680 + 370)) = 0.476 \text{ (А)}$$

Преобразуем треугольник R_2, R_3, R_4, R_8 в звезду:

$$R_{234} = R_2 * (R_3 + R_4) / (R_2 + R_3 + R_4 + R_8) = 550 * (680 + 370) / (550 + 680 + 370 + 650) = 256.667 \text{ (Ом)}$$

$$R_{348} = R_8 * (R_3 + R_4) / (R_2 + R_3 + R_4 + R_8) = 650 * (680 + 370) / (550 + 680 + 370 + 650) = 303.333 \text{ (Ом)}$$

$$R_{28} = R_2 * R_8 / (R_2 + R_3 + R_4 + R_8) = 550 * 650 / (550 + 680 + 370 + 650) = 158.889 \text{ (Ом)}$$

После преобразований получим схему в виде:

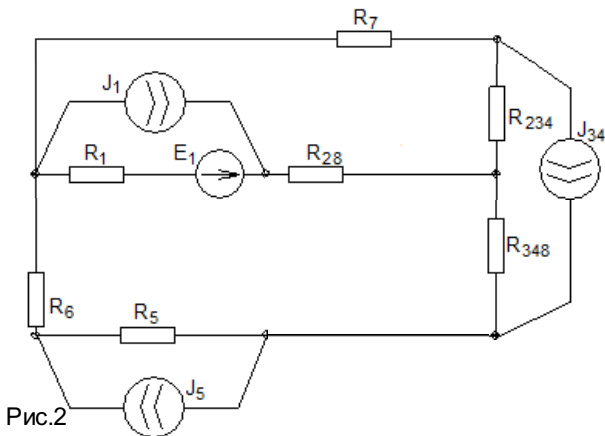


Рис.2

В схеме рис.2 преобразуем все источники тока в источники напряжения и получим двухконтурную схему:

$$E_{01} = J_1 * R_1 + E_1 = 4 * 550 + 100 = 2300 \text{ (В)}$$

$$E_{05} = J_5 * R_5 = 7 * 210 = 1470 \text{ (В)}$$

$$E_{234} = J_{34} * R_{234} = 0.476 * 256.667 = 122.222 \text{ (В)}$$

$$E_{348} = J_{34} * R_{348} = 0.476 * 303 = 144.444 \text{ (В)}$$

После преобразований получим двухконтурную схему в виде:

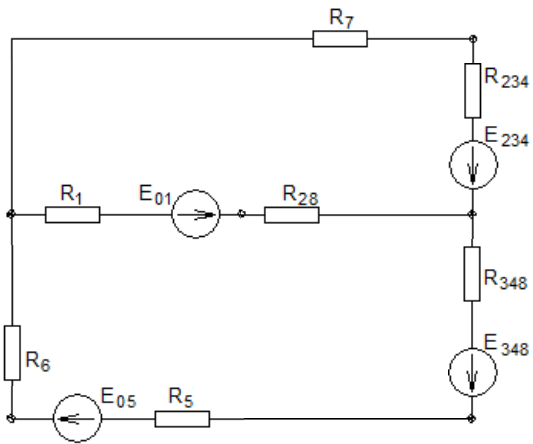


Рис.3

Далее целесообразно использовать метод узловых напряжений.
Для определения напряжения U_{02} необходимо составить одно уравнение:

$$U_{02} / g_{22} = J_{11} - J_{55} - J_{77}$$

Определим узловые токи для узла 0:

$$J_{11} = (E_{01}) / (R_1 + R_{28}) = (2300) / (550 + 158.889) = 3.245 \text{ (A)}$$

$$J_{55} = (E_{05} + E_{348}) / (R_5 + R_6 + R_{348}) = (1470 + 144.444) / (210 + 950 + 303.333) = 1.103 \text{ (A)}$$

$$J_{77} = (-E_{234}) / (R_7 + R_{234}) = (-122.222) / (450 + 256.667) = -0.173 \text{ (A)}$$

Определим собственную (узловую) проводимость узла 0:

$$g_{22} = 1 / (R_7 + R_{234}) + 1 / (R_1 + R_{28}) + 1 / (R_5 + R_6 + R_{348}) = \\ = 1 / (450 + 256.667) + 1 / (550 + 158.889) + 1 / (210 + 950 + 303.333) = 0.004 \text{ (См)}$$

Определим напряжение U_{02} :

$$U_{02} = (J_{11} - J_{55} - J_{77}) / g_{22} = (3.245 - 1.103 - -0.173) / 0.004 = 659.482 \text{ (В)}$$

Найдём токи в ветвях I_{01} , I_{05} и I_7 на основании закона Ома:

$$I_{01} = (E_{01} - U_{02}) / (R_1 + R_{28}) = (2300 - 659.482) / (550 + 158.889) = 2.314 \text{ (A)}$$

$$I_{05} = (E_{05} + E_{348} + U_{02}) / (R_5 + R_6 + R_{348}) = (1470 + 144.444 + 659.482) / (210 + 950 + 303.333) = 1.554 \text{ (A)}$$

$$I_7 = (-E_{234} + U_{02}) / (R_7 + R_{234}) = (-122.222 + 659.482) / (450 + 256.667) = 0.76 \text{ (A)}$$

По схеме рис.3 определим напряжения между узлами 5, 3 и 5, 4

$$U_{53} = I_{01} * R_{28} + I_7 * R_{234} + E_{234} = 2.314 * 158.889 + 0.76 * 256.667 + 122.222 = 685.061 \text{ (В)}$$

$$U_{54} = I_{01} * R_{28} + I_{05} * R_{348} - E_{348} = 2.314 * 158.889 + 1.554 * 303.333 - 144.444 = 694.618 \text{ (В)}$$

Определим токи I_2 , I_8 (см. рис.1):

$$I_2 = U_{53} / R_2 = 685.061 / 550 = 1.246 \text{ (A)}$$

$$I_8 = U_{54} / R_8 = 694.618 / 650 = 1.069 \text{ (A)}$$

Для определения оставшихся неизвестных токов составим уравнения по первому закону Кирхгофа (см. рис.1):

$$I_1 = I_2 + I_8 - J_1 = 1.246 + 1.069 - 4 = -1.686 \text{ (A)}$$

$$I_6 = I_{05} = 1.554 \text{ (A)}$$

$$I_5 = I_6 - J_5 = -5.446 \text{ (A)}$$

$$I_3 = I_2 - I_7 = 1.246 - 0.76 = 0.485 \text{ (A)}$$

$$I_4 = I_3 = 0.485 \text{ (A)}$$

Составление баланса мощностей:

Мощность, выделяемая в активных сопротивлениях всегда положительна и равна $P = I^2 * R$:

$$P_{\text{пр}} = I_1^2 * R_1 + I_2^2 * R_2 + I_3^2 * R_3 + I_4^2 * R_4 + I_5^2 * R_5 + I_6^2 * R_6 + I_7^2 * R_7 + I_8^2 * R_8 = \\ = -1.686^2 * 550 + 1.246^2 * 550 + 0.485^2 * 680 + 0.485^2 * 370 + -5.446^2 * 210 + \\ + 1.554^2 * 950 + 0.76^2 * 450 + 1.069^2 * 650 = 12188.519 \text{ (Вт)}$$

Общая мощность источников ЭДС и источников тока:

$$P_{\text{ист}} = E_1 * I_1 + J_1 * (E_1 - I_1 * R_1) + E_4 * I_4 + -J_5 * I_5 * R_5 = \\ = 100 * -1.686 + 4 * (100 - -1.686 * 550) + 500 * 0.485 + -7 * -5.446 * \\ * 210 = 12188.519 \text{ (Вт)}$$

Определение тока в ветви с сопротивлением методом эквивалентного генератора напряжения

Определим напряжение эквивалентного генератора напряжения, для чего исключим сопротивление R_4 из исходной схемы и получим схему на рис.4. Методом контурных токов определим токи в ветвях схемы.

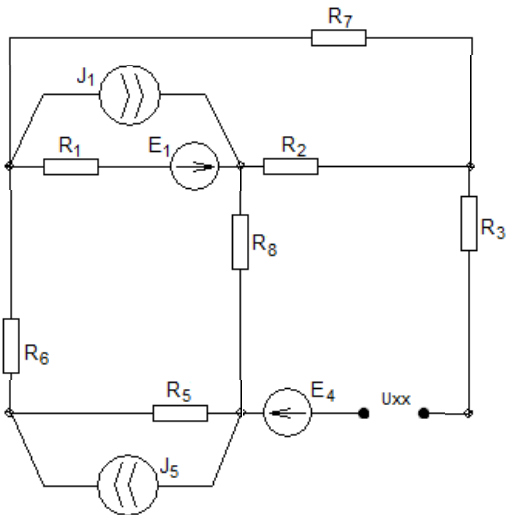


Рис.4

Уравнения имеют вид:

$$E_1 + J_1 * R_1 + 48J_{11} * (R_1 + R_8 + R_5 + R_6) + J_{22} * R_1 = E_1 + J_1 * R_1 + J_5 * R_5$$

$$J_{22} * (R_1 + R_2 + R_7) + J_{11} * R_1 = E_1 + J_1 * R_1$$

После подстановки численных значений получается система уравнений:

$$J_{11} * (550 + 650 + 210 + 950) + J_{22} * 550 = 100 + 4 * 550 + 7 * 210$$

$$J_{22} * (550 + 550 + 450) + J_{11} * 550 = 100 + 4 * 550$$

$$J_{11} * 2360 + J_{22} * 550 = 3770$$

$$J_{22} * 1550 + J_{11} * 550 = 2300$$

отсюда:

$$J_{11} = 1.364 \text{ (A)} \quad J_{22} = 1 \text{ (A)}$$

Значения этих токов дают возможность определить напряжение U_{xx} :

$$U_{xx} = J_{11} * R_8 - J_{22} * R_2 + E_4 =$$

$$= 1.364 * 650 - 1 * 550 + 500 = 837.073 \text{ (В)}$$

Далее, закоротив источники ЭДС и разомкнув ветви с источниками тока, находим эквивалентное сопротивление схемы относительно зажимов:

$$R_{18} = R_1 * R_8 / (R_1 + R_5 + R_6 + R_8) = 550 * 650 / (550 + 210 + 950 + 650) = 151.483 \text{ (Ом)}$$

$$R_{156} = R_1 * (R_5 + R_6) / (R_1 + R_5 + R_6 + R_8) = 550 * (210 + 950) / (550 + 210 + 950 + 650) = 270.339 \text{ (Ом)}$$

$$R_{568} = R_8 * (R_5 + R_6) / (R_1 + R_5 + R_6 + R_8) = 650 * (210 + 950) / (550 + 210 + 950 + 650) = 319.492 \text{ (Ом)}$$

$$R_{ген} = (R_7 + R_{156}) * (R_{18} + R_2) / (R_7 + R_{156} + R_{18} + R_2) + R_{568} + R_3 =$$

$$= (450 + 270.339) * (151.483 + 550) / (450 + 270.339 + 151.483 + 550) + 319.492 + 680 = 1354.884 \text{ (Ом)}$$

Определим ток в искомой ветви схемы (см. рис.4) по формуле:

$$I_4 = U_{xx} / (R_{ген} + R_4)$$

$$I_4 = 837.073 / (1354.884 + 370) = 0.485 \text{ (A)}$$

Определим напряжение между узлами 6 и 5:

$$U_{65} = I_6 * R_6 + I_1 * R_1 - E_1 = 1.554 * 950 + -1.686 * 550 - 100 = 449.055 \text{ (В)}$$

Ответы:

$$I_1 = -1.686 \text{ (A)} \quad I_2 = 1.246 \text{ (A)} \quad I_3 = 0.485 \text{ (A)} \quad I_4 = 0.485 \text{ (A)} \quad I_5 = -5.446 \text{ (A)} \quad I_6 = 1.554 \text{ (A)} \quad I_7 = 0.76 \text{ (A)} \quad I_8 = 1.069 \text{ (A)}$$

$$U_{xx} = 837.073 \text{ (В)} \quad R_{ген} = 1354.884 \text{ (Ом)} \quad I_4 = 0.485 \text{ (A)}$$

$$U_{65} = 449.055 \text{ (В)}$$

Построение потенциальной диаграммы:

$$a = 0$$

$$R_1 = 550$$

$$b = a - I_1 * R_1 = 927.185$$

$$R_1 + R_2 = 1100$$

$$c = b + E_1 = 1027.185$$

$$R_1 + R_2 + R_3 = 1780$$

$$d = c - I_2 * R_2 = 342.123$$

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 2150$$

$$e = d - I_3 * R_3 = 12.124$$

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 2360$$

$$f = e - I_4 * R_4 = -167.434$$

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 = 3310$$

$$g = f + E_4 = 332.566$$

$$h = g - I_5 * R_5 = 1476.239$$

$$a = h - I_6 * R_6 = 0$$



Расчет цепи постоянного тока по уравнениям, описывающим цепь по законам Кирхгофа, в матричной форме

ORIGIN:=1 Задаём начало нумерации строк и столбцов с единицы.

Задаём численные значения параметров цепи:

$R_1=550 \text{ Ом}$ $R_2=550 \text{ Ом}$ $R_3=680 \text{ Ом}$ $R_4=370 \text{ Ом}$ $R_5=210 \text{ Ом}$ $R_6=950 \text{ Ом}$ $R_7=450 \text{ Ом}$ $R_8=650 \text{ Ом}$

$E_1=100 \text{ В}$ $E_4=500 \text{ В}$ $E_8=0 \text{ А}$

$J_1=4 \text{ А}$ $J_5=7 \text{ А}$ $J_8=0 \text{ А}$

Записываем уравнения, описывающие цепь в матричном виде $Ax=B$, где:

A- квадратная матрица 8x8,

B- матрица- столбец правых частей,

x- матрица- столбец искомых токов.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ R_1 & 0 & 0 & 0 & R_5 & R_6 & 0 & R_8 \\ 0 & R_2 & R_3 & R_4 & 0 & 0 & 0 & -R_8 \\ R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_7 & 0 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} J_1 \\ J_1 \\ 0 \\ J_5 \\ J_5 \\ E_1 \\ E_4 \\ E_1 \end{pmatrix}$$

Выводим численные значения элементов матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 550 & 0 & 0 & 0 & 210 & 950 & 0 & 650 \\ 0 & 550 & 680 & 370 & 0 & 0 & 0 & -650 \\ 550 & 550 & 0 & 0 & 0 & 0 & 450 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \\ 7 \\ -7 \\ 100 \\ 500 \\ 100 \end{pmatrix}$$

Находим неизвестные токи, умножая обратную матрицу A на матрицу B:

$x := A^{-1} * B$

Выводим численные значения найденных токов в виде вектора строки путём транспонирования x:

$x^T = (-1.686 \ 1.246 \ 0.485 \ 0.485 \ -5.446 \ 1.554 \ 0.76 \ 1.069)$

Расчет цепи постоянного тока методом контурных токов в матричной форме:

ORIGIN:=1 Задаём начало нумерации строк и столбцов с единицы.

Задаём численные значения параметров цепи:

$R_1=550 \text{ Ом}$ $R_2=550 \text{ Ом}$ $R_3=680 \text{ Ом}$ $R_4=370 \text{ Ом}$ $R_5=210 \text{ Ом}$ $R_6=950 \text{ Ом}$ $R_7=450 \text{ Ом}$ $R_8=650 \text{ Ом}$

$E_1=100 \text{ В}$ $E_4=500 \text{ В}$ $E_8=0 \text{ А}$

$J_1=4 \text{ А}$ $J_5=7 \text{ А}$ $J_8=0 \text{ А}$

$$E := \begin{pmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \\ 500 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad J := \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 7 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad R := \begin{pmatrix} 550 \\ 550 \\ 680 \\ 370 \\ 210 \\ 950 \\ 450 \\ 650 \end{pmatrix}$$

Выводим матрицы-столбцы исходных данных с целью проверки.

$RD := \text{diag}(R)$ Формируем диагональную матрицу RD из матрицы R:

$$RD := \begin{pmatrix} 550 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 550 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 680 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 370 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 210 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 950 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 450 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 650 & 0 \end{pmatrix}$$

Формируем узловую матрицу A и контурную матрицу B:

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Находим контурные токи:

$$IK := (B * RD * B^T)^{-1} * (B * E + B * RD * J)$$

$$IK := \begin{pmatrix} 1.554 \\ 0.485 \\ 0.76 \end{pmatrix}$$

Определяем токи в сопротивлениях ветвей:

$$IR^T := B^T * IK - J \quad IR = (-1.686 \ 1.246 \ 0.485 \ 0.485 \ -5.446 \ 1.554 \ 0.76 \ 1.069)$$

Расчет цепи постоянного тока методом узловых напряжений в матричной форме:

ORIGIN:=1 Задаём начало нумерации строк и столбцов с единицы.

Задаём численные значения параметров цепи:

$$R_1=550 \text{ Ом} \quad R_2=550 \text{ Ом} \quad R_3=680 \text{ Ом} \quad R_4=370 \text{ Ом} \quad R_5=210 \text{ Ом} \quad R_6=950 \text{ Ом} \quad R_7=450 \text{ Ом} \quad R_8=650 \text{ Ом}$$

$$E_1=100 \text{ В} \quad E_4=500 \text{ В} \quad E_8=0 \text{ А}$$

$$J_1=4 \text{ А} \quad J_5=7 \text{ А} \quad J_8=0 \text{ А}$$

Формируем узловую матрицу A и контурную матрицу B:

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

RD := diag(R) Формируем диагональную матрицу RD из матрицы R.

G := RD⁻¹ Формируем обратную матрицу G из матрицы RD.

$$\Phi := (A * G * A^T)^{-1} * (-A * G * E - A * J) \quad \Phi := \begin{pmatrix} 1015.06 \\ -12.12 \\ 330 \\ 320.44 \\ 1464.12 \end{pmatrix} \quad \text{Определяем потенциалы всех узлов цепи по отношению к базисному.}$$

Определяем напряжения на всех ветвях цепи:

$$U := A^T * \Phi \quad U^T = (-1027.185 \quad 685.061 \quad 329.999 \quad -320.442 \quad -1143.673 \quad -1143.673 \quad 1476.239 \quad 342.123 \quad 694.618)$$

Определяем токи в сопротивлениях ветвей:

$$IR := G * (U + E) \quad IR^T = (-1.686 \quad 1.246 \quad 0.485 \quad 0.485 \quad -5.446 \quad 1.554 \quad 0.76 \quad 1.069)$$