

Рис.1 - исходная схема

Параметры элементов цепи для приведенной схемы:

$R_1 := 0 \text{ Ом}$     $R_2 := 62 \text{ Ом}$     $R_3 := 0 \text{ Ом}$     $R_4 := 44 \text{ Ом}$     $R_5 := 76 \text{ Ом}$     $R_6 := 0 \text{ Ом}$     $R_7 := 71 \text{ Ом}$     $R_8 := 0 \text{ Ом}$   
 $X_{L1} := 27 \text{ Ом}$     $X_{L2} := 0 \text{ Ом}$     $X_{L3} := 47 \text{ Ом}$     $X_{L4} := 0 \text{ Ом}$     $X_{L5} := 0 \text{ Ом}$     $X_{L6} := 41 \text{ Ом}$     $X_{L7} := 0 \text{ Ом}$     $X_{L8} := 21 \text{ Ом}$   
 $X_{C1} := 0 \text{ Ом}$     $X_{C2} := 0 \text{ Ом}$     $X_{C3} := 0 \text{ Ом}$     $X_{C4} := 45 \text{ Ом}$     $X_{C5} := 97 \text{ Ом}$     $X_{C6} := 79 \text{ Ом}$     $X_{C7} := 0 \text{ Ом}$     $X_{C8} := 22 \text{ Ом}$   
 $E_6 := -24.847 - j92.729 \text{ В}$

Расчет цепи с одним источником ЭДС целесообразно проводить методом преобразования.

Запишем комплексные сопротивления каждой из ветвей:

$Z_1 = jX_{L1} = j27 = j27 \text{ (Ом)}$   
 $Z_2 = R_2 = 62 = 62 \text{ (Ом)}$   
 $Z_3 = jX_{L3} = j47 = j47 \text{ (Ом)}$   
 $Z_4 = R_4 - jX_{C4} = 44 - j45 = 44 - j45 \text{ (Ом)}$   
 $Z_5 = R_5 - jX_{C5} = 76 - j97 = 76 - j97 \text{ (Ом)}$   
 $Z_6 = jX_{L6} - jX_{C6} = j41 - j79 = -j38 \text{ (Ом)}$   
 $Z_7 = R_7 = 71 = 71 \text{ (Ом)}$   
 $Z_8 = jX_{L8} - jX_{C8} = j21 - j22 = -j1 \text{ (Ом)}$   
 $Z_{34} = Z_3 + Z_4 = j47 + 44 - j45 = 44 + j2 \text{ (Ом)}$   
 $Z_{56} = Z_5 + Z_6 = 76 - j97 + -j38 = 76 - j135 \text{ (Ом)}$

В схеме рис.1 преобразуем треугольник  $Z_2, Z_7, Z_{34}$  в звезду:

$Z_{27} = (Z_2 * Z_7) / (Z_2 + Z_7 + Z_{34}) = (62) * (71) / (62 + 71 + 44 + j2) = 24.867 - j0.281 \text{ (Ом)}$   
 $Z_{234} = (Z_2 * Z_{34}) / (Z_2 + Z_7 + Z_{34}) = (62) * (44 + j2) / (62 + 71 + 44 + j2) = 15.418 + j0.526 \text{ (Ом)}$   
 $Z_{347} = (Z_7 * Z_{34}) / (Z_2 + Z_7 + Z_{34}) = (71) * (44 + j2) / (62 + 71 + 44 + j2) = 17.657 + j0.603 \text{ (Ом)}$

После преобразований получим схему в виде:

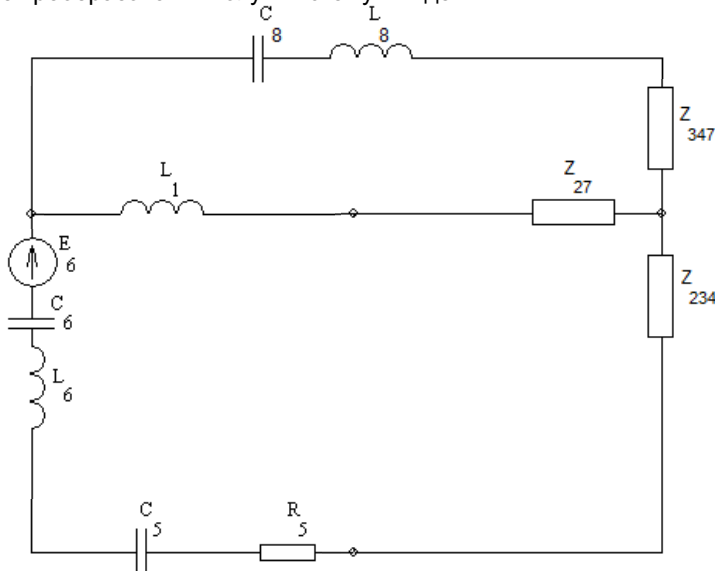


Рис.2

Эквивалентное сопротивление пассивной части цепи относительно источника ЭДС находится как:

$$Z_{вх} = (Z_8 + Z_{234}) * (Z_1 + Z_{27}) / (Z_8 + Z_{234} + Z_1 + Z_{27}) + Z_{56} + Z_{347} = (-j1 + 15.418 + j0.526) * (j27 + 24.867 - j0.281) / (-j1 + 15.418 + j0.526 + j27 + 24.867 - j0.281) + 76 - j135 + 17.657 + j0.603 = 105.102 - j131.92 \text{ (Ом)}$$

Определим токи во всех ветвях заданной цепи.

Комплекс тока во второй ветви определим как отношение источника ЭДС к эквивалентному сопротивлению:

$$I_6 = E_6 / Z_{вх} = (-24.847 - j92.729) / (105.102 - j131.92) = 0.338 - j0.458 \text{ (А)}$$

Комплекс тока в первой и в восьмой ветвях определится выражением:

$$I_1 = I_6 * (Z_8 + Z_{234}) / (Z_8 + Z_{234} + Z_1 + Z_{27}) = (0.338 - j0.458) * (-j1 + 15.418 + j0.526) / (-j1 + 15.418 + j0.526 + j27 + 24.867 - j0.281) = 0.005 - j0.183 \text{ (А)}$$
$$I_8 = -I_6 * (Z_1 + Z_{27}) / (Z_8 + Z_{234} + Z_1 + Z_{27}) = -(0.338 - j0.458) * (j27 + 24.867 - j0.281) / (-j1 + 15.418 + j0.526 + j27 + 24.867 - j0.281) = -0.333 + j0.275 \text{ (А)}$$

По схеме рис.1 определим напряжения между узлами 5 и 2:

$$U_{52} = -I_1 * Z_1 - I_8 * Z_8 = -(0.005 - j0.183) * (j27) - (-0.333 + j0.275) * (-j1) = -5.204 - j0.472 \text{ (В)}$$

Определим ток  $I_2$ :

$$I_2 = U_{52} / Z_2 = (-5.204 - j0.472) / (62) = -0.084 - j0.008 \text{ (А)}$$

По первому закону Кирхгофа определим токи в оставшихся ветвях схемы:

$$I_3 = I_2 - (I_8 = -0.084 - j0.008 - (-0.333 + j0.275)) = 0.249 - j0.283 \text{ (А)}$$

$$I_7 = I_1 - I_2 = 0.005 - j0.183 - (-0.084 - j0.008) = 0.089 - j0.175 \text{ (А)}$$

$$I_4 = I_3 = 0.249 - j0.283 \text{ (А)}$$

$$I_5 = I_6 = 0.338 - j0.458 \text{ (А)}$$

По найденным комплексам действующих значений токов запишем их мгновенные значения:

$$i_1 = \sqrt{2} * 0.183 \sin(\omega * t - 88.388^\circ) \text{ (А)}$$

$$i_2 = \sqrt{2} * 0.084 \sin(\omega * t + 5.18^\circ) \text{ (А)}$$

$$i_3 = \sqrt{2} * 0.377 \sin(\omega * t - 48.629^\circ) \text{ (А)}$$

$$i_4 = \sqrt{2} * 0.377 \sin(\omega * t - 48.629^\circ) \text{ (А)}$$

$$i_5 = \sqrt{2} * 0.569 \sin(\omega * t - 53.545^\circ) \text{ (А)}$$

$$i_6 = \sqrt{2} * 0.569 \sin(\omega * t - 53.545^\circ) \text{ (А)}$$

$$i_7 = \sqrt{2} * 0.196 \sin(\omega * t - 63.016^\circ) \text{ (А)}$$

$$i_8 = \sqrt{2} * 0.432 \sin(\omega * t - 39.572^\circ) \text{ (А)}$$

Определим комплексную мощность, отдаваемую источником ЭДС:

$$S = E_6 * I_6 = (-24.847 - j92.729) * (0.338 - j0.458) = 34.047 - j42.735 \text{ (Вт)}$$

Таким образом, активная мощность, отдаваемая источником ЭДС:

$$P_E = 34.047 \text{ (Вт)},$$

а реактивная мощность:

$$Q_E = -42.735 \text{ (вар)}$$

Активная мощность, рассеиваемая на активных сопротивлениях цепи:

$$P_{потр} = |I_2|^2 * R_2 + |I_4|^2 * R_4 + |I_5|^2 * R_5 + |I_7|^2 * R_7 = 0.084^2 * 62 + 0.377^2 * 44 + 0.569^2 * 76 + 0.196^2 * 71 = 34.047 \text{ (Вт)}$$

Реактивная мощность нагрузки определится выражением:

$$Q_{np} = |I_1|^2 * (X_{L1}) + |I_3|^2 * (X_{L3}) + |I_4|^2 * (-X_{C4}) + |I_5|^2 * (-X_{C5}) + |I_6|^2 * (X_{L6} - X_{C6}) + |I_8|^2 * (X_{L8} - X_{C8}) = 0.183^2 * (27) + 0.377^2 * (47) + 0.377^2 * (-45) + 0.569^2 * (-97) + 0.569^2 * (41 - 79) + 0.432^2 * (21 - 22) = -42.735 \text{ (вар)}$$

Определение тока в ветви с сопротивлением методом эквивалентного генератора напряжения

Определим напряжение эквивалентного генератора напряжения, для чего исключим сопротивление  $Z_2$  из исходной схемы и получим схему на рис.3.

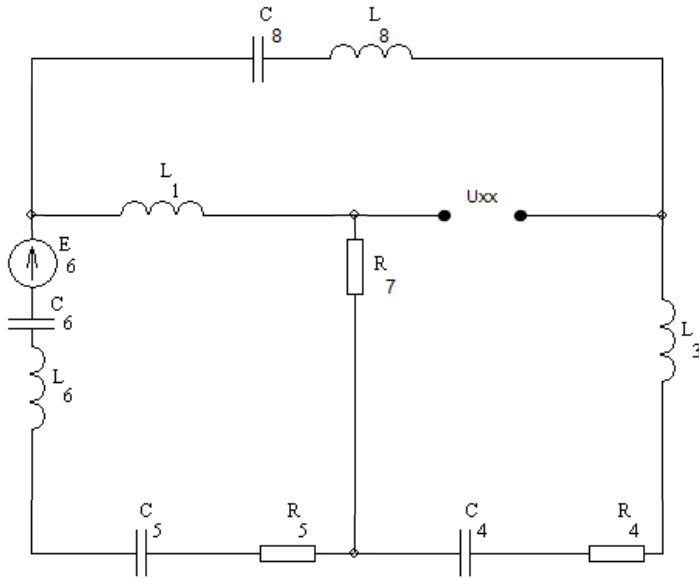


Рис.3

$$J_{11} * (Z_3 + Z_4 + Z_5 + Z_6 + Z_8) + J_{22} * (Z_5 + Z_6) = E_6$$

$$J_{22} * (Z_1 + Z_7 + Z_5 + Z_6) + J_{11} * (Z_5 + Z_6) = E_6$$

После подстановки численных значений получается система уравнений:  
 $J_{11} * (j47 + 44 - j45 + 76 - j97 + -j38 + -j1) + J_{22} * (76 - j97 + -j38) = -24.847 - j92.729$   
 $J_{22} * (j27 + 71 + 76 - j97 + -j38) + J_{11} * (76 - j97 + -j38) = -24.847 - j92.729$

$$J_{11} * (120 - j134) + J_{22} * (76 - j135) = -24.847 - j92.729$$

$$J_{22} * (147 - j108) + J_{11} * (76 - j135) = -24.847 - j92.729$$

отсюда:

$$J_{11} = 0.255 - j0.267 \text{ (A)} \quad J_{22} = 0.087 - j0.195 \text{ (A)}$$

Значения этих токов дают возможность определить напряжение  $U_{xx}$ :

$$U_{xx} = J_{11} * Z_8 - J_{22} * Z_1 =$$

$$= (0.255 - j0.267) * (-j1) - (0.087 - j0.195) * (j27) = -5.529 - j2.615 \text{ (В)}$$

Далее, закоротив источник ЭДС, находим сопротивление эквивалентного генератора:

$$Z_{17} = (Z_1 * Z_7) / (Z_1 + Z_7 + Z_{56}) = (j27) * (71) / (j27 + 71 + 76 - j135) = -6.222 + j8.469 \text{ (Ом)}$$

$$Z_{156} = (Z_1 * Z_{56}) / (Z_1 + Z_7 + Z_{56}) = (j27) * (76 - j135) / (j27 + 71 + 76 - j135) = 9.443 + j20.897 \text{ (Ом)}$$

$$Z_{756} = (Z_7 * Z_{56}) / (Z_1 + Z_7 + Z_{56}) = (71) * (76 - j135) / (j27 + 71 + 76 - j135) = 54.951 - j24.832 \text{ (Ом)}$$

$$Z_{ген} = (Z_8 + Z_{156}) * (Z_{756} + Z_{34}) / (Z_8 + Z_{156} + Z_{756} + Z_{34}) + Z_{17} =$$

$$= (-j1 + 9.443 + j20.897) * (54.951 - j24.832 + 44 + j2) / (-j1 + 9.443 + j20.897 + 54.951 - j24.832 + 44 + j2) +$$

$$+ -6.222 + j8.469 = 6.142 + j24.979 \text{ (Ом)}$$

Определим ток в искомой ветви схемы (см. рис.3) по формуле:

$$I_2 = U_{xx} / (Z_{ген} + Z_2)$$

$$I_2 = (-5.529 - j2.615) / (6.142 + j24.979 + 62) = -0.084 - j0.008 \text{ (A)}$$

Ответы:

$I_1 = 0.005 - j0.183 \text{ (A)}$	$I_2 = -0.084 - j0.008 \text{ (A)}$	$I_3 = 0.249 - j0.283 \text{ (A)}$	$I_4 = 0.249 - j0.283 \text{ (A)}$
$I_5 = 0.338 - j0.458 \text{ (A)}$	$I_6 = 0.338 - j0.458 \text{ (A)}$	$I_7 = 0.089 - j0.175 \text{ (A)}$	$I_8 = -0.333 + j0.275 \text{ (A)}$
$U_{xx} = -5.529 - j2.615 \text{ (В)}$	$R_{ген} = 6.142 + j24.979 \text{ (Ом)}$	$I_2 = -0.084 - j0.008 \text{ (A)}$	

Расчет цепи переменного тока по уравнениям, описывающим цепь по законам Кирхгофа, в матричной форме

ORIGIN:=1    Задаём начало нумерации строк и столбцов с единицы.

Задаём численные значения параметров цепи:

$$\begin{aligned}
 R_1 &:=0 \text{ Ом} & R_2 &:=62 \text{ Ом} & R_3 &:=0 \text{ Ом} & R_4 &:=44 \text{ Ом} & R_5 &:=76 \text{ Ом} & R_6 &:=0 \text{ Ом} & R_7 &:=71 \text{ Ом} & R_8 &:=0 \text{ Ом} \\
 X_{L1} &:=27 \text{ Ом} & X_{L2} &:=0 \text{ Ом} & X_{L3} &:=47 \text{ Ом} & X_{L4} &:=0 \text{ Ом} & X_{L5} &:=0 \text{ Ом} & X_{L6} &:=41 \text{ Ом} & X_{L7} &:=0 \text{ Ом} & X_{L8} &:=21 \text{ Ом} \\
 X_{C1} &:=0 \text{ Ом} & X_{C2} &:=0 \text{ Ом} & X_{C3} &:=0 \text{ Ом} & X_{C4} &:=45 \text{ Ом} & X_{C5} &:=97 \text{ Ом} & X_{C6} &:=79 \text{ Ом} & X_{C7} &:=0 \text{ Ом} & X_{C8} &:=22 \text{ Ом} \\
 E_6 &:=-24.847 - j92.729 \text{ В} & & & & & & & & & E_8 &:=0 \text{ В} & & & & 
 \end{aligned}$$

Записываем уравнения, описывающие цепь в матричном виде  $Ax=B$ , где:

A- квадратная матрица 6x6,

B- матрица- столбец правых частей,

x- матрица- столбец искомых токов.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ Z_1 & 0 & 0 & Z_{56} & Z_7 & 0 \\ 0 & Z_2 & Z_{34} & 0 & -Z_7 & 0 \\ Z_1 & Z_2 & 0 & 0 & 0 & Z_8 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ E_6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Выводим численные значения элементов матриц:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ j27 & 0 & 0 & 76 - j135 & 71 & 0 \\ 0 & 62 & 44 + j2 & 0 & -71 & 0 \\ j27 & 62 & 0 & 0 & 0 & -j1 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -24.847 - j92.729 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Находим неизвестные токи, умножая обратную матрицу A на матрицу B:

$$x := A^{-1} * B$$

Выводим численные значения найденных токов в виде вектора строки путём транспонирования x:

$$x^T = (0.005 - j0.183 \quad -0.084 - j0.008 \quad 0.249 - j0.283 \quad 0.338 - j0.458 \quad 0.089 - j0.175 \quad -0.333 + j0.275)$$

Расчет цепи переменного тока методом контурных токов в матричной форме:

ORIGIN:=1 Задаём начало нумерации строк и столбцов с единицы.

Задаём численные значения параметров цепи:

$R_1 := 0 \text{ Ом}$     $R_2 := 62 \text{ Ом}$     $R_3 := 0 \text{ Ом}$     $R_4 := 44 \text{ Ом}$     $R_5 := 76 \text{ Ом}$     $R_6 := 0 \text{ Ом}$     $R_7 := 71 \text{ Ом}$     $R_8 := 0 \text{ Ом}$   
 $X_{L1} := 27 \text{ Ом}$     $X_{L2} := 0 \text{ Ом}$     $X_{L3} := 47 \text{ Ом}$     $X_{L4} := 0 \text{ Ом}$     $X_{L5} := 0 \text{ Ом}$     $X_{L6} := 41 \text{ Ом}$     $X_{L7} := 0 \text{ Ом}$     $X_{L8} := 21 \text{ Ом}$   
 $X_{C1} := 0 \text{ Ом}$     $X_{C2} := 0 \text{ Ом}$     $X_{C3} := 0 \text{ Ом}$     $X_{C4} := 45 \text{ Ом}$     $X_{C5} := 97 \text{ Ом}$     $X_{C6} := 79 \text{ Ом}$     $X_{C7} := 0 \text{ Ом}$     $X_{C8} := 22 \text{ Ом}$   
 $E_6 := -24.847 - j92.729 \text{ В}$     $E_8 := 0 \text{ В}$

$$E := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ E_6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad Z := \begin{pmatrix} j27 \\ 62 \\ 44 + j2 \\ 76 - j135 \\ 71 \\ -j1 \end{pmatrix}$$

Выводим матрицы-столбцы исходных данных с целью проверки.

$ZD := \text{diag}(Z)$  Формируем диагональную матрицу ZD из матрицы Z:

$$ZD := \begin{pmatrix} j27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 62 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 44 + j2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 76 - j135 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 71 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -j1 \end{pmatrix}$$

Формируем узловую матрицу A и контурную матрицу B:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Находим контурные токи:

$$IK := (B * ZD * B^T)^{-1} * (B * E)$$

$$IK := \begin{pmatrix} 0.338 - j0.458 \\ 0.249 - j0.283 \\ -0.333 + j0.275 \end{pmatrix}$$

Определяем токи в сопротивлениях ветвей:

$$IZ^T := B^T * IK$$

$$IZ = (0.005 - j0.183 \quad -0.084 - j0.008 \quad 0.249 - j0.283 \quad 0.338 - j0.458 \quad 0.089 - j0.175 \quad -0.333 + j0.275)$$

*Расчет цепи постоянного тока методом узловых напряжений в матричной форме:*

ORIGIN:=1    Задаём начало нумерации строк и столбцов с единицы.

Задаём численные значения параметров цепи:

$$\begin{aligned} R_1 &:= 0 \text{ Ом} & R_2 &:= 62 \text{ Ом} & R_3 &:= 0 \text{ Ом} & R_4 &:= 44 \text{ Ом} & R_5 &:= 76 \text{ Ом} & R_6 &:= 0 \text{ Ом} & R_7 &:= 71 \text{ Ом} & R_8 &:= 0 \text{ Ом} \\ X_{l_1} &:= 27 \text{ Ом} & X_{l_2} &:= 0 \text{ Ом} & X_{l_3} &:= 47 \text{ Ом} & X_{l_4} &:= 0 \text{ Ом} & X_{l_5} &:= 0 \text{ Ом} & X_{l_6} &:= 41 \text{ Ом} & X_{l_7} &:= 0 \text{ Ом} & X_{l_8} &:= 21 \text{ Ом} \\ X_{c_1} &:= 0 \text{ Ом} & X_{c_2} &:= 0 \text{ Ом} & X_{c_3} &:= 0 \text{ Ом} & X_{c_4} &:= 45 \text{ Ом} & X_{c_5} &:= 97 \text{ Ом} & X_{c_6} &:= 79 \text{ Ом} & X_{c_7} &:= 0 \text{ Ом} & X_{c_8} &:= 22 \text{ Ом} \\ E_6 &:= -24.847 - j92.729 \text{ В} & & & & & & & & & E_8 &:= 0 \text{ В} & & & & & \end{aligned}$$

Формируем узловую матрицу A:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$ZD := \text{diag}(Z)$     Формируем диагональную матрицу ZD из матрицы Z.

$G := ZD^{-1}$     Формируем обратную матрицу G из матрицы ZD.

$$\Phi := (A * G * A^T)^{-1} * (-A * G * E)$$

$$\Phi := \begin{pmatrix} 60.945 + j173.177 \\ 6.324 - j12.42 \\ 11.527 - j11.948 \end{pmatrix}$$

Определяем потенциалы всех узлов цепи по отношению к базисному.

Определяем напряжения на всех ветвях цепи:

$$U := A^T * \Phi$$

$$U^T = (54.622 + j185.596 \quad -5.204 - j0.472 \quad 11.527 - j11.948 \quad -60.945 - j173.177 \quad 6.324 - j12.42 \quad -49.418 - j185.125)$$

Определяем токи в сопротивлениях ветвей:

$$I_Z := G * (U + E)$$

$$I_Z^T = (0.005 - j0.183 \quad -0.084 - j0.008 \quad 0.249 - j0.283 \quad 0.338 - j0.458 \quad 0.089 - j0.175 \quad -0.333 + j0.275)$$

Построение потенциальной диаграммы:

$$f_0 = 0$$

$$f_1 = f_0 - I_1 * jX_{l_1} = -4.928 - j0.139$$

$$f_2 = f_1 - I_2 * R_2 = 0.275 + j0.333$$

$$f_3 = f_2 - I_3 * jX_{l_3} = -13.019 - j11.376$$

$$f_4 = f_3 - I_4 * R_4 = -23.981 + j1.07$$

$$f_5 = f_4 + I_4 * jX_{c_4} = -11.252 + j12.281$$

$$f_6 = f_5 - I_5 * R_5 = -36.955 + j47.073$$

$$f_7 = f_6 + I_5 * jX_{c_5} = 7.451 + j79.878$$

$$f_8 = f_7 - I_6 * jX_{l_6} = -11.319 + j66.012$$

$$f_9 = f_8 + I_6 * jX_{c_6} = 24.847 + j92.729$$

$$f_0 = f_9 + E_6 = 0 + j0$$

$$f_5 = f_1 - I_7 * R_7 = -11.252 + j12.281$$

$$f_{10} = f_2 + I_8 * jX_{l_8} = 6.056 + j7.327$$

$$f_0 = f_{10} + I_8 * jX_{c_8} = 0 - j0$$

