Исходные данные:

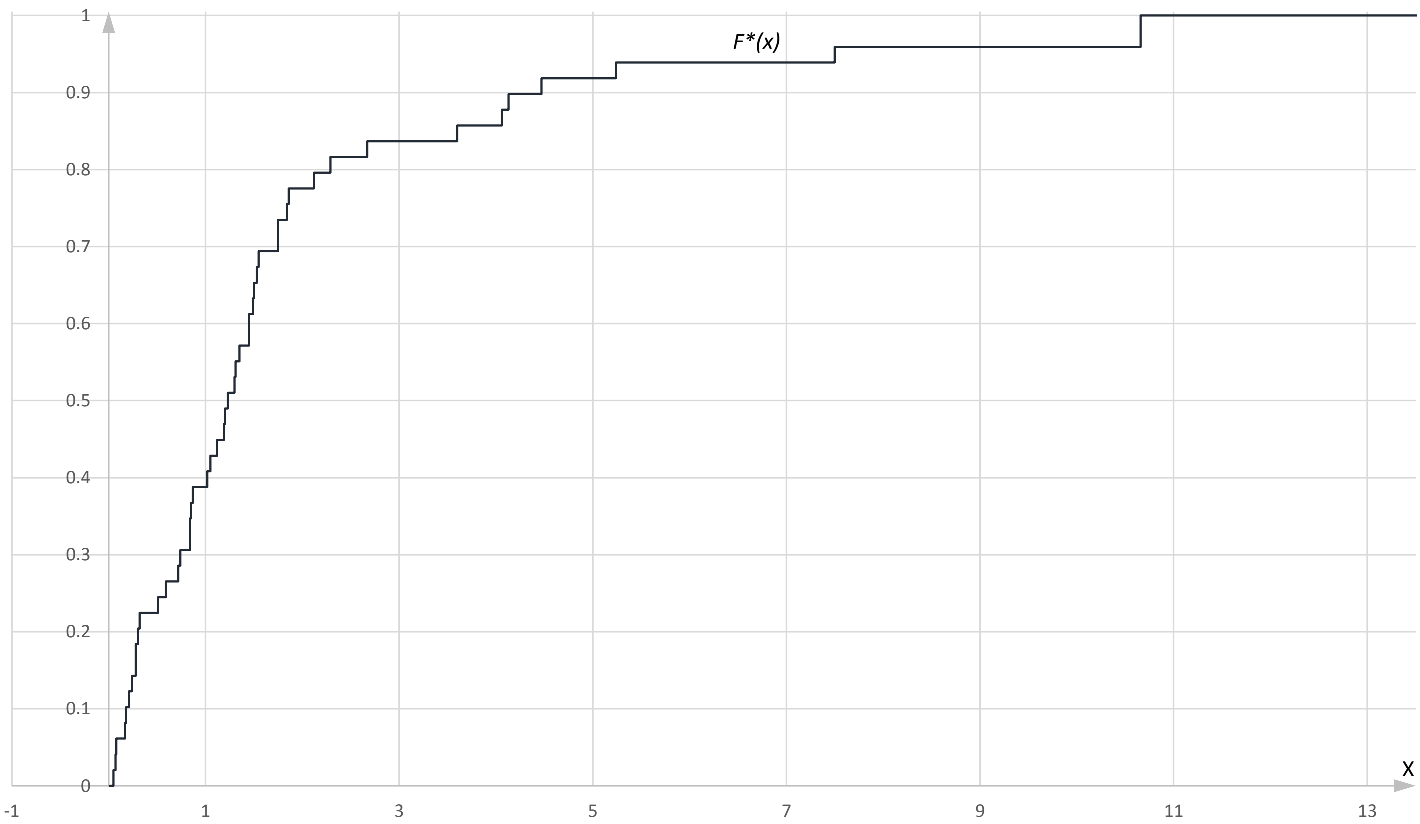
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ***01-10*** | 0.72 | 1.19 | 2.29 | 7.5 | 1.35 | 1.55 | 0.28 | 0.21 | 1.75 | 1.3 |
| ***11-20*** | 0.08 | 0.07 | 0.87 | 1.02 | 0.3 | 1.45 | 2.67 | 0.28 | 1.23 | 4.13 |
| ***21-30*** | 0.32 | 1.45 | 0.17 | 3.6 | 0.51 | 1.5 | 1.75 | 0.74 | 0.85 | 10.66 |
| ***31-40*** | 0.84 | 0.59 | 1.86 | 2.12 | 1.49 | 1.05 | 5.24 | 0.05 | 4.06 | 0.84 |
| ***41-50*** | 0.18 | 1.2 | 1.84 | 0.01 | 4.47 | 1.53 | 1.31 | 0.24 | 1.12 | |

1. Получен вариационный ряд:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ***01-10*** | 0.01 | 0.05 | 0.07 | 0.08 | 0.17 | 0.18 | 0.21 | 0.24 | 0.28 | 0.28 |
| ***11-20*** | 0.3 | 0.32 | 0.51 | 0.59 | 0.72 | 0.74 | 0.84 | 0.84 | 0.85 | 0.87 |
| ***21-30*** | 1.02 | 1.05 | 1.12 | 1.19 | 1.2 | 1.23 | 1.3 | 1.31 | 1.35 | 1.45 |
| ***31-40*** | 1.45 | 1.49 | 1.5 | 1.53 | 1.55 | 1.75 | 1.75 | 1.84 | 1.86 | 2.12 |
| ***41-50*** | 2.29 | 2.67 | 3.6 | 4.06 | 4.13 | 4.47 | 5.24 | 7.5 | 10.66 | |

2. График эмпирической функции распределения,
полученной по формуле *(10.1)* :

$$F^*(x) = p^*(X < x) = \begin{cases} 0, & x \le \widehat{x}_1, \\ \vdots & \\ \dfrac{i}{n}, & \widehat{x}_i < x \le \widehat{x}_{i+1} \\ \vdots & \\ 1, & x > \widehat{x}_n. \end{cases}$$

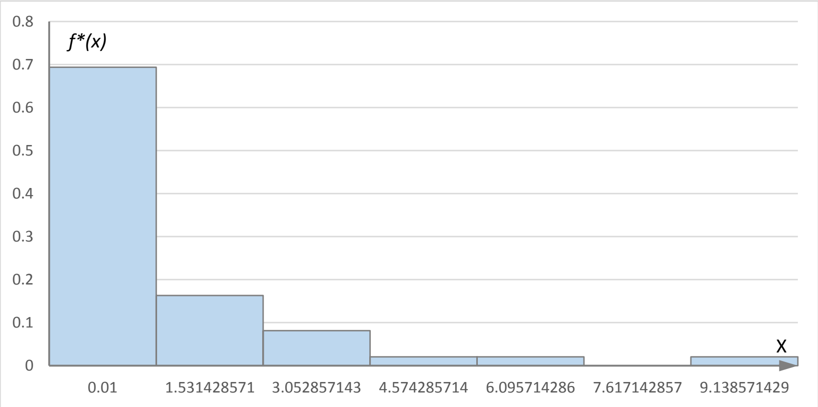


Количество интервалов M для построения гистограмм *(10.2)* : $M \approx \sqrt{n} = \sqrt{49} = 7$

3. Равноинтервальная гистограмма,
с использованием формулы *(10.3)* :

$$h_j = h = \frac{\hat{x}_n - \hat{x}_1}{M}, \ \forall j \Rightarrow A_j = \hat{x}_1 + (j-1)h, \ j = \overline{2, M}$$

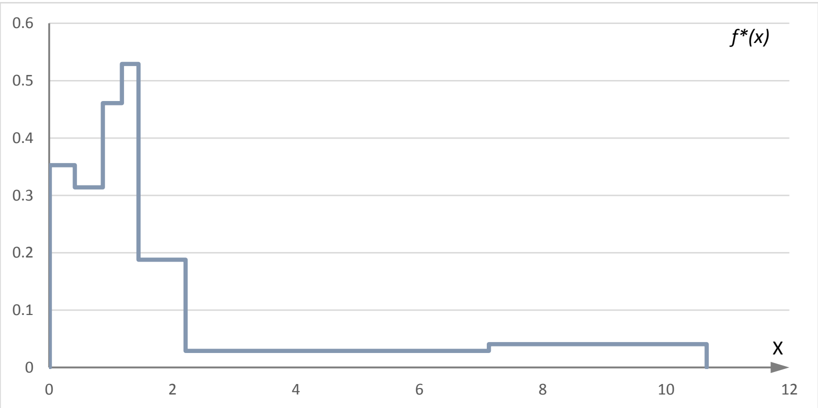
| j | $A_j$ | $B_j$ | $h_j$ | $v_j$ | $p^*_j$ | $f^*_j$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.01 | 1.53142857 | 1.52142857 | 34 | 0.69387755 | 0.456070 |
| 2 | 1.53142857 | 3.05285714 | 1.52142857 | 8 | 0.16326531 | 0.107311 |
| 3 | 3.05285714 | 4.57428571 | 1.52142857 | 4 | 0.08163265 | 0.053655 |
| 4 | 4.57428571 | 6.09571429 | 1.52142857 | 1 | 0.02040816 | 0.013414 |
| 5 | 6.09571429 | 7.61714286 | 1.52142857 | 1 | 0.02040816 | 0.013414 |
| 6 | 7.61714286 | 9.13857143 | 1.52142857 | 0 | 0 | 0.000000 |
| 7 | 9.13857143 | 10.66 | 1.52142857 | 1 | 0.02040816 | 0.013414 |




4. Равновероятностная гистограмма,
с использованием формулы *(10.4)* :

$$\nu_j = \nu = \frac{n}{M}, p^*_j = \frac{1}{M} \forall j \Rightarrow A_j = \frac{\hat{x}_{(j-1)\nu} + \hat{x}_{(j-1)\nu+1}}{2}, j = \overline{2, M}$$

| j | $A_j$ | $B_j$ | $h_j$ | $v_j$ | $p^*_j$ | $f^*_j$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.01 | 0.415 | 0.405 | 7 | 0.14285714 | 0.352734 |
| 2 | 0.415 | 0.87 | 0.455 | 7 | 0.14285714 | 0.313972 |
| 3 | 0.87 | 1.18 | 0.31 | 7 | 0.14285714 | 0.460829 |
| 4 | 1.18 | 1.45 | 0.27 | 7 | 0.14285714 | 0.529101 |
| 5 | 1.45 | 2.21 | 0.76 | 7 | 0.14285714 | 0.187970 |
| 6 | 2.21 | 7.13 | 4.92 | 7 | 0.14285714 | 0.029036 |
| 7 | 7.13 | 10.66 | 3.53 | 7 | 0.14285714 | 0.040469 |




5. Точечная оценка математического ожидания, *(10.5)* : $m^*_X = \overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i =$ 1.670

Точечная оценка дисперсии, *(10.6)* : $D^*_X = S_0^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{n}{n-1}\overline{x}^2 =$ 3.927

Доверительные интервалы по $z_{0,95} = \arg\Phi(0,475) = 1{,}96$ :

математического ожидания по $z_{0,95}\frac{S_0}{\sqrt{n}}$ *$I_{0.95}(m_x)$= [1.115; 2.225]*

дисперсии по $z_{0,95}\cdot\sqrt{\frac{2}{n-1}}\cdot S_0^2$ *$I_{0.95}(D_x)$= [2.356; 5.499]*

6. По виду графика эмпирической функции распределения и гистограмм выдвигаем двухальтернативную гипотезу о законе распределения случайной величины

$H_0$ – величина X распределена по экспоненциальному закону:

$$f(t) = \begin{cases} 0, t < 0, \\ \lambda e^{-\lambda t}, t > 0. \end{cases} \qquad F(t) = \begin{cases} 0, t < 0, \\ 1 - e^{-\lambda t}, t > 0. \end{cases}$$

$H_1$ – величина X не распределена по экспоненциальному закону:

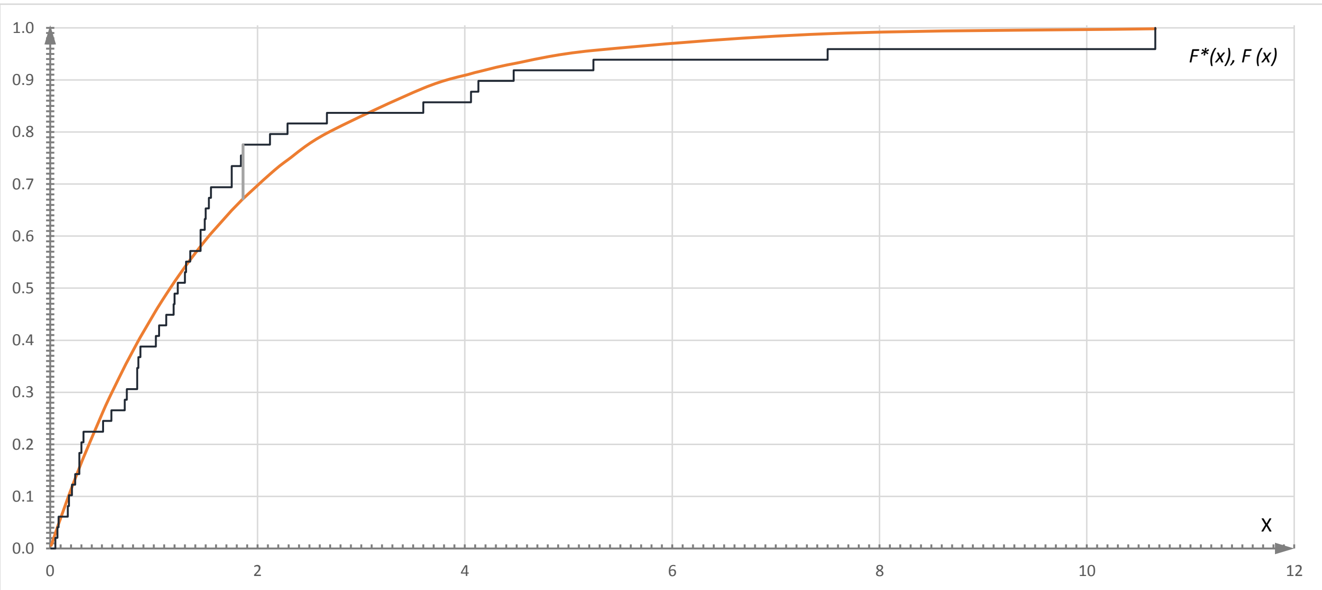
$$f(x) \neq f_0(x), \qquad F(x) \neq F_0(x),$$

По формуле *(10.15)* найдём λ:

$$\lambda = 1/\dot{x}$$

*0.599*

| $j$ | $A_j$ | $B_j$ | $F_0(A_j)$ | $F_0(B_j)$ | $p_j$ | $p^*_j$ | $(p^*_j - p_j)$^2/$p_j$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -∞ | 1.531 | 0 | 0.600293 | 0.600293 | 0.69387755 | 0.014590 |
| 2 | 1.531 | 3.053 | 0.600293 | 0.839275 | 0.238982 | 0.16326531 | 0.023989 |
| 3 | 3.053 | 4.574 | 0.839275 | 0.935371 | 0.096096 | 0.08163265 | 0.002177 |
| 4 | 4.574 | 6.096 | 0.935371 | 0.974012 | 0.038641 | 0.02040816 | 0.008603 |
| 5 | 6.096 | 7.617 | 0.974012 | 0.989550 | 0.015538 | 0.02040816 | 0.001527 |
| 6 | 7.617 | 9.139 | 0.989550 | 0.995798 | 0.006248 | 0 | 0.006248 |
| 7 | 9.139 | +∞ | 0.995798 | 1.000000 | 0.004202 | 0.02040816 | 0.062504 |




Критерий $\chi^2$ на основе равноинтервального статистического ряда:

$$\chi^2 = 49 \sum_{j=1}^{7} \frac{(p_j - p_j^*)^2}{p_j}$$

Число степеней свободы для экспоненциальногоного закона *(10.25)*: $k = M - 1 - s = 7 - 1 - 1 = 5$

Заданный уровень значимости: α=0,05

$\chi^2 =$ *5.86* $\qquad \chi^2_{(0,05;5)} =$ *11.07*

$\chi^2 \leq \chi^2_{(0,05;5)}$ **- действительно,**

следовательно, отвергать гипотезу нет оснований

Критическое значение по Колмогорову: $\lambda_\gamma = \lambda_{1\text{-}\alpha} = \lambda_{0,95} = 1,36.$

Критерий Колмогорова по *(10.26)*: $\lambda = \sqrt{n} \cdot Z =$ 0.72 (при x=1.86)

$\lambda \leq \lambda_{0.95}$ **- действительно,**

следовательно, отвергать гипотезу нет оснований

***Вывод: гипотеза об экспоненциальном распределении подтверждена.***